

Amérique du nord - 22 mai 2025

Spécialité mathématiques - Baccalauréat



Exercice 1 - Partie A



Exercice 1 - Partie A

1. On répète 15 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à 0,32.



Exercice 1 - Partie A

1. On répète 15 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à 0,32. La variable aléatoire N est égale au nombre de succès donc :



Exercice 1 - Partie A

1. On répète 15 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à 0,32. La variable aléatoire N est égale au nombre de succès donc :

N suit une loi binomiale de paramètres $n = 15$ et $p = 0,32$



2. Il s'agit de calculer $P(X = 4)$.



2. Il s'agit de calculer $P(X = 4)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série est :



2. Il s'agit de calculer $P(X = 4)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série est :

$$P(X = 4) \approx 0,206$$



3. Il s'agit de calculer $P(X \leq 6)$.



3. Il s'agit de calculer $P(X \leq 6)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série est :



3. Il s'agit de calculer $P(X \leq 6)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série est :

$$P(X \leq 6) \approx 0,828$$



4. L'espérance de N est $E(N) =$



4. L'espérance de N est $E(N) = n \times p$



4. L'espérance de N est $E(N) = n \times p = 15 \times 0,32$



4. L'espérance de N est $E(N) = n \times p = 15 \times 0,32 = 4,8$



4. L'espérance de N est $E(N) = n \times p = 15 \times 0,32 = 4,8$, soit :

$$E(N) = 4,8$$



5. (a) Chaque panier réussi rapporte 3 points



5. (a) Chaque panier réussi rapporte 3 points donc le nombre de points marqués est égal à $N \times 3$,



5. (a) Chaque panier réussi rapporte 3 points donc le nombre de points marqués est égal à $N \times 3$, soit :

$$T = 3N$$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a
 $E(T) =$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a
 $E(T) = E(3N)$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a
- $$E(T) = E(3N) = 3E(N)$$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a
- $$E(T) = E(3N) = 3E(N) = 3 \times 4,8$$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a

$$E(T) = E(3N) = 3E(N) = 3 \times 4,8 = 14,4,$$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a

$$E(T) = E(3N) = 3E(N) = 3 \times 4,8 = 14,4, \text{ soit :}$$

$$E(T) = 14,4$$



5. (b) Par linéarité de l'espérance, on a

$$E(T) = E(3N) = 3E(N) = 3 \times 4,8 = 14,4, \text{ soit :}$$

$$E(T) = 14,4$$

Cela signifie, qu'en moyenne, Victor marque 14,4 points par série.



5. (c) On a :

$$P(12 \leq T \leq 18) =$$



5. (c) On a :

$$P(12 \leq T \leq 18) = P(12 \leq 3N \leq 18)$$



5. (c) On a :

$$\begin{aligned}P(12 \leq T \leq 18) &= P(12 \leq 3N \leq 18) \\&= P(4 \leq N \leq 6)\end{aligned}$$



5. (c) On a :

$$\begin{aligned}P(12 \leq T \leq 18) &= P(12 \leq 3N \leq 18) \\&= P(4 \leq N \leq 6)\end{aligned}$$

On obtient alors, à l'aide de la calculatrice $P(4 \leq N \leq 6) \approx 0,586$,



5. (c) On a :

$$\begin{aligned}P(12 \leq T \leq 18) &= P(12 \leq 3N \leq 18) \\&= P(4 \leq N \leq 6)\end{aligned}$$

On obtient alors, à l'aide de la calculatrice $P(4 \leq N \leq 6) \approx 0,586$,
soit :

$P(12 \leq T \leq 18) \approx 0,586$



1. (a) La variable aléatoire M_{50} représente :



1. (a) La variable aléatoire M_{50} représente :

Le nombre moyen de points par match marqués au cours des 50 premiers matchs



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) =$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X)$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$ et
 $V(M_{50}) =$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$ et
- $$V(M_{50}) = \frac{1}{50} V(X)$$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$ et
- $$V(M_{50}) = \frac{1}{50} V(X) = \frac{65}{50}$$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$ et
- $$V(M_{50}) = \frac{1}{50} V(X) = \frac{65}{50} = 1,3,$$



1. (b) D'après le cours, on a $E(M_{50}) = E(X) = 22$ et

$$V(M_{50}) = \frac{1}{50} V(X) = \frac{65}{50} = 1,3, \text{ soit :}$$

$$E(M_{50}) = 22$$

et

$$V(M_{50}) = 1,3$$



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :

$$P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{50 \times 3^2}$$



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :

$$P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{50 \times 3^2}$$

$$\text{Or } \frac{V(X)}{50 \times 3^2} =$$



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :

$$P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{50 \times 3^2}$$

$$\text{Or } \frac{V(X)}{50 \times 3^2} = \frac{65}{450}$$



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :

$$P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{50 \times 3^2}$$

$$\text{Or } \frac{V(X)}{50 \times 3^2} = \frac{65}{450} = \frac{13}{90},$$



1. (c) D'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_{50} , on a :

$$P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{50 \times 3^2}$$

$$\text{Or } \frac{V(X)}{50 \times 3^2} = \frac{65}{450} = \frac{13}{90}, \text{ d'où :}$$

$$\boxed{P(|M_{50} - 22| \geq 3) \leq \frac{13}{90}}$$



1. (d) On a alors, en passant à l'événement contraire :



1. (d) On a alors, en passant à l'événement contraire :

$$P(|M_{50} - 22| < 3) \geq 1 - \frac{13}{90}$$



1. (d) On a alors, en passant à l'événement contraire :

$$P(|M_{50} - 22| < 3) \geq 1 - \frac{13}{90}$$

Soit :

$$P(19 < M_{50} < 25) \geq \frac{77}{90}$$



1. (d) On a alors, en passant à l'événement contraire :

$$P(|M_{50} - 22| < 3) \geq 1 - \frac{13}{90}$$

Soit :

$$P(19 < M_{50} < 25) \geq \frac{77}{90}$$

$$\text{Or } \frac{77}{90} \approx 0,8556$$



1. (d) On a alors, en passant à l'événement contraire :

$$P(|M_{50} - 22| < 3) \geq 1 - \frac{13}{90}$$

Soit :

$$P(19 < M_{50} < 25) \geq \frac{77}{90}$$

Or $\frac{77}{90} \approx 0,8556$ d'où, a fortiori :

$$P(19 < M_{50} < 25) \geq 0,85$$



2. L'affirmation est fausse.



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$,



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\frac{65}{9n} < 0,01 \iff$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\frac{65}{9n} < 0,01 \iff \frac{9n}{65} > 100 \quad (\text{passage à l'inverse})$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\begin{aligned} \frac{65}{9n} < 0,01 &\iff \frac{9n}{65} > 100 \quad (\text{passage à l'inverse}) \\ &\iff 9n > 6\,500 \end{aligned}$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\begin{aligned} \frac{65}{9n} < 0,01 &\iff \frac{9n}{65} > 100 \quad (\text{passage à l'inverse}) \\ &\iff 9n > 6\,500 \\ &\iff n > \frac{6\,500}{9} \end{aligned}$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\frac{65}{9n} < 0,01 \iff \frac{9n}{65} > 100 \quad (\text{passage à l'inverse})$$

$$\iff 9n > 6\,500$$

$$\iff n > \frac{6\,500}{9}$$

$$\text{Or } \frac{6\,500}{9} \approx 722,2$$



2. L'affirmation est fausse. En effet, d'après l'inégalité de concentration, appliquée à la variable aléatoire M_n , on a :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{V(X)}{n \times 3^2}$$

Soit :

$$P(|M_n - 22| \geq 3) \leq \frac{65}{9n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{65}{9n} = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(|M_n - 22| \geq 3) = 0$, il existe donc un entier n tel que $P(|M_n - 22| \geq 3) < 0,01$.

Déterminons un tel entier :

$$\begin{aligned} \frac{65}{9n} < 0,01 &\iff \frac{9n}{65} > 100 \quad (\text{passage à l'inverse}) \\ &\iff 9n > 6\,500 \\ &\iff n > \frac{6\,500}{9} \end{aligned}$$

$$\text{Or } \frac{6\,500}{9} \approx 722,2 \text{ donc on a :}$$

$$P(|M_{723} - 22| \geq 3) < 0,01$$



Exercice 2 - Partie A

1. (a) On a :

$$u_1 = \sqrt{2}$$



Exercice 2 - Partie A

1. (a) On a :

$$u_1 = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad u_2 = \sqrt{\sqrt{2}}$$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$
- $u_4 \approx 1,0443$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$
- $u_4 \approx 1,0443$
- $u_5 \approx 1,0219$



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$
- $u_4 \approx 1,0443$
- $u_5 \approx 1,0219$
- ...

On peut conjecturer que :



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$
- $u_4 \approx 1,0443$
- $u_5 \approx 1,0219$
- ...

On peut conjecturer que :

La suite (u_n) est décroissante



1. (b) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_0 = 2$
- $u_1 \approx 1,4142$
- $u_2 \approx 1,1892$
- $u_3 \approx 1,0905$
- $u_4 \approx 1,0443$
- $u_5 \approx 1,0219$
- ...

On peut conjecturer que :

La suite (u_n) est décroissante

et

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.
- Initialisation :



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$,



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{u_{n+1}} \leq \sqrt{u_n}$$



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{u_{n+1}} \leq \sqrt{u_n}$$

Soit :

$$1 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{u_{n+1}} \leq \sqrt{u_n}$$

Soit :

$$1 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{u_{n+1}} \leq \sqrt{u_n}$$

Soit :

$$1 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**



2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n ,
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 1$, on a $u_1 = 2$ et $u_2 = \sqrt{2} \approx 1,4142$. On a donc
 $1 \leq u_2 \leq u_1$. La propriété est vraie au rang $n = 1$.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}^*$, c'est-à-dire
 $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$. On a alors, par croissance de la fonction racine :

$$\sqrt{1} \leq \sqrt{u_{n+1}} \leq \sqrt{u_n}$$

Soit :

$$1 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

La propriété est vraie au rang $n = 1$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.



2. (b) D'après la question précédente :



2. (b) D'après la question précédente :
- La suite (u_n) est décroissante



2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)



2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)
- La suite (u_n) est minorée par 1



2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)
- La suite (u_n) est minorée par 1 (car $1 \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)



2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)
- La suite (u_n) est minorée par 1 (car $1 \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, on en déduit que :



2. (b) D'après la question précédente :

- La suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)
- La suite (u_n) est minorée par 1 (car $1 \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$)

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, on en déduit que :

La suite (u_n) est convergente



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\sqrt{x} = x \iff$$



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\sqrt{x} = x \iff x = x^2$$



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}\sqrt{x} = x &\Longleftrightarrow x = x^2 \\ &\Longleftrightarrow x - x^2 = 0\end{aligned}$$



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}\sqrt{x} = x &\Longleftrightarrow x = x^2 \\ &\Longleftrightarrow x - x^2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(1 - x) = 0\end{aligned}$$



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}\sqrt{x} = x &\Longleftrightarrow x = x^2 \\ &\Longleftrightarrow x - x^2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(1 - x) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1\end{aligned}$$



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\sqrt{x} = x \iff x = x^2$$

$$\iff x - x^2 = 0$$

$$\iff x(1 - x) = 0$$

$$\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1$$

L'équation $\sqrt{x} = x$ admet pour ensemble de solutions sur $[0; +\infty[$:



2. (c) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}\sqrt{x} = x &\Longleftrightarrow x = x^2 \\ &\Longleftrightarrow x - x^2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(1 - x) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1\end{aligned}$$

L'équation $\sqrt{x} = x$ admet pour ensemble de solutions sur $[0; +\infty[$:

$$\mathcal{S} = \{0; 1\}$$



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$.



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente,



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$,



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$, soit $\sqrt{x} = x$.



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$, soit $\sqrt{x} = x$. La limite ne peut donc être que 0 ou 1



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$, soit $\sqrt{x} = x$. La limite ne peut donc être que 0 ou 1 et comme la suite est minorée par 1,



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$, soit $\sqrt{x} = x$. La limite ne peut donc être que 0 ou 1 et comme la suite est minorée par 1, la limite ne peut pas être 0 d'où :



2. (d) La suite (u_n) étant définie par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x}$ qui est continue sur $[0; +\infty[$. Et comme la suite (u_n) est convergente, sa limite est une solution de l'équation $f(x) = x$, soit $\sqrt{x} = x$. La limite ne peut donc être que 0 ou 1 et comme la suite est minorée par 1, la limite ne peut pas être 0 d'où :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} =$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} = \ln(u_{n+1})$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\ &= \ln(\sqrt{u_n})\end{aligned}$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\&= \ln(\sqrt{u_n}) \\&= \frac{1}{2} \ln(u_n)\end{aligned}$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\&= \ln(\sqrt{u_n}) \\&= \frac{1}{2} \ln(u_n) \\&= \frac{1}{2} v_n\end{aligned}$$



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\&= \ln(\sqrt{u_n}) \\&= \frac{1}{2} \ln(u_n) \\&= \frac{1}{2} v_n\end{aligned}$$

On en déduit que :



1. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= \ln(u_{n+1}) \\&= \ln(\sqrt{u_n}) \\&= \frac{1}{2} \ln(u_n) \\&= \frac{1}{2} v_n\end{aligned}$$

On en déduit que :

La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$



1. (b) De plus, on a $v_0 =$



1. (b) De plus, on a $v_0 = \ln(u_0)$



1. (b) De plus, on a $v_0 = \ln(u_0) = \ln(2)$.



1. (b) De plus, on a $v_0 = \ln(u_0) = \ln(2)$. La suite (v_n) étant géométrique de premier terme $v_0 = \ln(2)$ et de raison $\frac{1}{2}$,



1. (b) De plus, on a $v_0 = \ln(u_0) = \ln(2)$. La suite (v_n) étant géométrique de premier terme $v_0 = \ln(2)$ et de raison $\frac{1}{2}$, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$:



1. (b) De plus, on a $v_0 = \ln(u_0) = \ln(2)$. La suite (v_n) étant géométrique de premier terme $v_0 = \ln(2)$ et de raison $\frac{1}{2}$, on a pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$v_n = \ln(2) \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$$



1. (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(u_n)$



1. (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(u_n)$ donc, d'après la question précédente :



1. (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(u_n)$ donc, d'après la question précédente :

$$\ln(u_n) = \ln(2) \times \frac{1}{2^n}$$



1. (c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(u_n)$ donc, d'après la question précédente :

$$\ln(u_n) = \ln(2) \times \frac{1}{2^n}$$

Et donc :

$$\boxed{\ln(2) = 2^n \ln(u_n)}$$



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_6 \approx 1,011 > 1,01$



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_6 \approx 1,011 > 1,01$
- $u_7 \approx 1,00543 < 1,01$



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_6 \approx 1,011 > 1,01$
- $u_7 \approx 1,00543 < 1,01$

Le plus petit entier naturel k tel que u_k appartienne à l'intervalle $]0,99; 1,01[$ est donc :



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_6 \approx 1,011 > 1,01$
- $u_7 \approx 1,00543 < 1,01$

Le plus petit entier naturel k tel que u_k appartienne à l'intervalle $]0,99; 1,01[$ est donc :

$$k = 7$$



2. (a) À l'aide de la calculatrice, on obtient :

- $u_6 \approx 1,011 > 1,01$
- $u_7 \approx 1,00543 < 1,01$

Le plus petit entier naturel k tel que u_k appartienne à l'intervalle $]0,99; 1,01[$ est donc :

$$k = 7$$

et on a alors

$$u_7 \approx 1,00543$$



2. (b) Comme $u_7 \in]0,99; 1,01[$ et que l'on a décidé d'approcher $\ln(x)$ par $x - 1$,



2. (b) Comme $u_7 \in]0,99; 1,01[$ et que l'on a décidé d'approcher $\ln(x)$ par $x - 1$, on peut prendre pour approximation de $\ln(u_7)$ le nombre $u_7 - 1$,



2. (b) Comme $u_7 \in]0,99; 1,01[$ et que l'on a décidé d'approcher $\ln(x)$ par $x - 1$, on peut prendre pour approximation de $\ln(u_7)$ le nombre $u_7 - 1$, soit :

$$\ln(u_7) \approx 0,00543$$



2. (c) D'après la question 1.c), on a :



2. (c) D'après la question 1.c), on a :

$$\ln(2) = 2^7 \times \ln(u_7)$$



2. (c) D'après la question 1.c), on a :

$$\ln(2) = 2^7 \times \ln(u_7)$$

Et donc, en utilisant l'approximation précédente, on obtient
 $\ln(2) \approx$



2. (c) D'après la question 1.c), on a :

$$\ln(2) = 2^7 \times \ln(u_7)$$

Et donc, en utilisant l'approximation précédente, on obtient
 $\ln(2) \approx 2^7 \times 0,00543$



2. (c) D'après la question 1.c), on a :

$$\ln(2) = 2^7 \times \ln(u_7)$$

Et donc, en utilisant l'approximation précédente, on obtient
 $\ln(2) \approx 2^7 \times 0,00543 = 128 \times 0,00543$



2. (c) D'après la question 1.c), on a :

$$\ln(2) = 2^7 \times \ln(u_7)$$

Et donc, en utilisant l'approximation précédente, on obtient
 $\ln(2) \approx 2^7 \times 0,00543 = 128 \times 0,00543$ soit :

$\ln(2) \approx 0,69504$



3. On complète l'algorithme de la façon suivante :



3. On complète l'algorithme de la façon suivante :

```
from math import *  
def Briggs(a) :  
    n = 0  
    while a >= 1.01 :  
        a = sqrt(a)  
        n = n+1  
    L = 2**n*a  
    return L
```



- **Affirmation 1 : Vrai**



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\overrightarrow{JH} =$$



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\overrightarrow{JH} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KH}$$



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JH} &= \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KH} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MH}\end{aligned}$$



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JH} &= \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KH} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MH} \\ &= 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DM}\end{aligned}$$



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JH} &= \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KH} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MH} \\ &= 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DM} \\ &= 2\overrightarrow{BI} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DM}\end{aligned}$$



- **Affirmation 1 : Vrai**

On a, en utilisant la relation de Chasles et les égalités vectorielles dans le cube :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JH} &= \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KH} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MH} \\ &= 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DM} \\ &= 2\overrightarrow{BI} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DM}\end{aligned}$$

On a donc bien $\overrightarrow{JH} = 2\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{DM} - \overrightarrow{CB}$.



- **Affirmation 2 : Faux**



- **Affirmation 2 : Faux**

On peut remarquer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$



- **Affirmation 2 : Faux**

On peut remarquer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$ et donc que :

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH}$$



- **Affirmation 2 : Faux**

On peut remarquer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$ et donc que :

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont donc coplanaires,



- **Affirmation 2 : Faux**

On peut remarquer que $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$ et donc que :

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont donc coplanaires, on en déduit que le triplet $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AG})$ n'est pas une base de l'espace.



- **Affirmation 3 : Vrai**



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} =$$



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK}$$



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK} \\ &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IA} \quad (\text{par projection orthogonale})\end{aligned}$$



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK} \\ &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IA} \quad (\text{par projection orthogonale}) \\ &= -IB \times IA\end{aligned}$$



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK} \\ &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IA} \quad (\text{par projection orthogonale}) \\ &= -IB \times IA \\ &= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\end{aligned}$$



- **Affirmation 3 : Vrai**

On a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{LM} &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IK} \\ &= \overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IA} \quad (\text{par projection orthogonale}) \\ &= -IB \times IA \\ &= -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= -\frac{1}{4}\end{aligned}$$



- **Affirmation 4 : Faux**



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} =$$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 3 \times 2 + (-3) \times (-1) + 8 \times 3$$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 3 \times 2 + (-3) \times (-1) + 8 \times 3 = 33$$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 3 \times 2 + (-3) \times (-1) + 8 \times 3 = 33 \neq 0$$



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 3 \times 2 + (-3) \times (-1) + 8 \times 3 = 33 \neq 0$$

Les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont donc pas orthogonaux.



- **Affirmation 4 : Faux**

Le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et on a

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix}$. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 3 \times 2 + (-3) \times (-1) + 8 \times 3 = 33 \neq 0$$

Les vecteurs $\vec{n}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont donc pas orthogonaux. On en déduit que le plan $\mathcal{P}$ et la droite (AB) ne sont pas parallèles.



- **Affirmation 5 : Vrai**



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal.



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n'} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$,



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au

vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$, le plan $\mathcal{P}$ et le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ sont parallèles.



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au

vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$, le plan $\mathcal{P}$ et le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ sont parallèles. De plus $-2 \times 5 + (-3) - 3 \times 7 + 34 = -10 - 3 - 21 + 34 = 0$



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au

vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$, le plan $\mathcal{P}$ et le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ sont parallèles. De plus $-2 \times 5 + (-3) - 3 \times 7 + 34 = -10 - 3 - 21 + 34 = 0$ donc le point B appartient au plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$.



• **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au

vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$, le plan $\mathcal{P}$ et le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ sont parallèles. De plus $-2 \times 5 + (-3) - 3 \times 7 + 34 = -10 - 3 - 21 + 34 = 0$ donc le point B appartient au plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$. Finalement le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ est bien le plan passant par B et parallèle à $\mathcal{P}$,



- **Affirmation 5 : Vrai**

Le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ admet le vecteur

$\vec{n}' \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal. Ce vecteur étant colinéaire au

vecteur $\vec{n}$ qui est un vecteur normal du plan $\mathcal{P}$, le plan $\mathcal{P}$ et le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ sont parallèles. De plus $-2 \times 5 + (-3) - 3 \times 7 + 34 = -10 - 3 - 21 + 34 = 0$ donc le point B appartient au plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$. Finalement le plan d'équation $-2x + y - 3z + 34 = 0$ est bien le plan passant par B et parallèle à $\mathcal{P}$, il s'agit donc du plan $\mathcal{P}'$.



- **Affirmation 6 : Vrai**



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$.



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 = 0 \iff$$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 = 0 \iff 4 + 4t + t - 3 + 9t + 6 = 0$$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$\begin{aligned} 2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 &= 0 \iff 4 + 4t + t - 3 + 9t + 6 = 0 \\ &\iff 14t = -7 \end{aligned}$$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$\begin{aligned} 2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 &= 0 \iff 4 + 4t + t - 3 + 9t + 6 = 0 \\ &\iff 14t = -7 \\ &\iff t = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$\begin{aligned} 2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 &= 0 \iff 4 + 4t + t - 3 + 9t + 6 = 0 \\ &\iff 14t = -7 \\ &\iff t = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

On en déduit $H \left(1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right)$



- **Affirmation 6 : Vrai**

Déterminons les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur $\mathcal{P}$.
Soit Δ la droite passant par A orthogonalement à $\mathcal{P}$. Δ admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

On injecte les coordonnées de cette représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$:

$$\begin{aligned} 2(2 + 2t) - (-t) + 3(-1 + 3t) + 6 &= 0 \iff 4 + 4t + t - 3 + 9t + 6 = 0 \\ &\iff 14t = -7 \\ &\iff t = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

On en déduit $H \left(1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2} \right)$ et on a alors :



$$AH =$$



$$AH = \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2}$$



$$\begin{aligned}AH &= \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} \\&= \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}AH &= \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} \\&= \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\&= \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}AH &= \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} \\&= \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\&= \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\&= \sqrt{\frac{14}{4}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 AH &= \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\
 &= \sqrt{\frac{14}{4}} \\
 &= \frac{\sqrt{14}}{2}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 AH &= \sqrt{(2-1)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(-1 + \frac{5}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \\
 &= \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}} \\
 &= \sqrt{\frac{14}{4}} \\
 &= \frac{\sqrt{14}}{2}
 \end{aligned}$$

distance du point A au plan $\mathcal{P}$ est donc égale à $\frac{\sqrt{14}}{2}$.



- **Affirmation 7 : Faux**



• **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$



• **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \text{ Déterminons alors l'intersection des}$$

droites (AB) et (d) .



● **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \text{ Déterminons alors l'intersection des}$$

droites (AB) et (d) .

$$\begin{cases} 2 + 3t = -12 + 2k \\ -3t = 6 \\ -1 + 8t = 3 - 5k \end{cases} \quad \Longleftrightarrow$$



● **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \text{ Déterminons alors l'intersection des}$$

droites (AB) et (d) .

$$\begin{cases} 2 + 3t = -12 + 2k \\ -3t = 6 \\ -1 + 8t = 3 - 5k \end{cases} \iff \begin{cases} 3t - 2k = -14 \\ t = -2 \\ 8t + 5k = 4 \end{cases}$$



● **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \text{ Déterminons alors l'intersection des}$$

droites (AB) et (d) .

$$\begin{cases} 2 + 3t = -12 + 2k \\ -3t = 6 \\ -1 + 8t = 3 - 5k \end{cases} \iff \begin{cases} 3t - 2k = -14 \\ t = -2 \\ 8t + 5k = 4 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} -6 - 2k = -14 \\ t = -2 \\ -16 + 5k = 4 \end{cases}$$



● **Affirmation 7 : Faux**

La droite (AB) admet pour représentation paramétrique

$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3t \\ z = -1 + 8t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \text{ Déterminons alors l'intersection des} \\ \text{droites } (AB) \text{ et } (d).$$

$$\begin{cases} 2 + 3t = -12 + 2k \\ -3t = 6 \\ -1 + 8t = 3 - 5k \end{cases} \iff \begin{cases} 3t - 2k = -14 \\ t = -2 \\ 8t + 5k = 4 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} -6 - 2k = -14 \\ t = -2 \\ -16 + 5k = 4 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} k = 4 \\ t = -2 \\ k = 4 \end{cases}$$



Les droites (AB) et (d) sont donc sécantes au point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de (AB)



Les droites (AB) et (d) sont donc sécantes au point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de (AB) et de paramètre $k = 4$ dans celle de (d) ,



Les droites (AB) et (d) sont donc sécantes au point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de (AB) et de paramètre $k = 4$ dans celle de (d) , c'est-à-dire au point de coordonnées $(-4; 6; -17)$.



Les droites (AB) et (d) sont donc sécantes au point de paramètre $t = -2$ dans la représentation paramétrique de (AB) et de paramètre $k = 4$ dans celle de (d) , c'est-à-dire au point de coordonnées $(-4; 6; -17)$. Les droites (AB) et (d) sont sécantes donc coplanaires.



Exercice 4 - Partie A



1. (a) La fonction f est dérivable sur $[0; \pi]$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :



1. (a) La fonction f est dérivable sur $[0; \pi]$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$f'(x) =$$



Exercice 4 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $[0; \pi]$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$f'(x) = e^x \times \sin(x) + e^x \times \cos(x)$$



1. (a) La fonction f est dérivable sur $[0; \pi]$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^x \times \sin(x) + e^x \times \cos(x) \\ &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) \end{aligned}$$



Exercice 4 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $[0; \pi]$ comme produit de fonctions dérivables et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned}f'(x) &= e^x \times \sin(x) + e^x \times \cos(x) \\&= e^x (\sin(x) + \cos(x))\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = e^x (\sin(x) + \cos(x))}$$



1. (b) Pour tout $x \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$,



1. (b) Pour tout $x \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$, on a $e^x > 0$,



1. (b) Pour tout $x \in \left] 0; \frac{\pi}{2} \right[$, on a $e^x > 0$, $\sin(x) > 0$



1. (b) Pour tout $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, on a $e^x > 0$, $\sin(x) > 0$ et $\cos(x) > 0$.



1. (b) Pour tout $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, on a $e^x > 0$, $\sin(x) > 0$ et $\cos(x) > 0$. On en déduit que $f'(x) > 0$



1. (b) Pour tout $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$, on a $e^x > 0$, $\sin(x) > 0$ et $\cos(x) > 0$. On en déduit que $f'(x) > 0$ et donc que

La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$



2. (a) On a $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$.



2. (a) On a $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$. La tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 admet donc pour équation $y = 1(x - 0) + 0$,



2. (a) On a $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$. La tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0 admet donc pour équation $y = 1(x - 0) + 0$, soit :

$$y = x$$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$f''(x) =$$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$f''(x) = e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x))$$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$

Or, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$

Or, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $e^x \geq 0$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$

Or, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $e^x \geq 0$ et $\cos(x) \geq 0$



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$

Or, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $e^x \geq 0$ et $\cos(x) \geq 0$ donc $f''(x) \geq 0$.



2. (b) La fonction f' est dérivable sur $[0; \pi]$ et, pour tout $x \in [0; \pi]$, on a :

$$\begin{aligned} f''(x) &= e^x (\sin(x) + \cos(x)) + e^x (\cos(x) - \sin(x)) \\ &= e^x (2 \cos(x)) \end{aligned}$$

Soit :

$$f''(x) = 2e^x \cos(x)$$

Or, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $e^x \geq 0$ et $\cos(x) \geq 0$ donc $f''(x) \geq 0$. On en déduit que :

La fonction f est convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$



2. (c) La fonction f étant convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,



2. (c) La fonction f étant convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, sa courbe représentative est au-dessus de ses tangentes.



2. (c) La fonction f étant convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, sa courbe représentative est au-dessus de ses tangentes. En particulier $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T



2. (c) La fonction f étant convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, sa courbe représentative est au-dessus de ses tangentes. En particulier $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T et donc, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $f(x) \geq x$



2. (c) La fonction f étant convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, sa courbe représentative est au-dessus de ses tangentes. En particulier $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de T et donc, pour tout $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $f(x) \geq x$ soit :

$$e^x \sin(x) \geq x$$



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe donc $f''(x)$ s'annule en changeant de signe.



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe donc $f''(x)$ s'annule en changeant de signe. On en déduit que :

Le point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$ de $\mathcal{C}_f$ est un point d'inflexion



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe donc $f''(x)$ s'annule en changeant de signe. On en déduit que :

Le point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$ de $\mathcal{C}_f$ est un point d'inflexion

Plus précisément :



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe donc $f''(x)$ s'annule en changeant de signe. On en déduit que :

Le point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$ de $\mathcal{C}_f$ est un point d'inflexion

Plus précisément :

- f est convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.



3. En $\frac{\pi}{2}$, $\cos(x)$ s'annule en changeant de signe donc $f''(x)$ s'annule en changeant de signe. On en déduit que :

Le point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$ de $\mathcal{C}_f$ est un point d'inflexion

Plus précisément :

- f est convexe sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
- f est concave sur $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.
 - **Première intégration par parties**



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases}$$



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I =$$



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I = \left[-e^x \cos(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -e^x \cos(x) \, dx$$



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[-e^x \cos(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -e^x \cos(x) \, dx \\ &= -e^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + e^0 \cos(0) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \end{aligned}$$



1. Effectuons deux intégrations par parties différentes.

- **Première intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = e^x \\ v'(x) = \sin(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = e^x \\ v(x) = -\cos(x) \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[-e^x \cos(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -e^x \cos(x) \, dx \\ &= -e^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + e^0 \cos(0) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= 1 + J \end{aligned}$$



- Deuxième intégration par parties



- **Deuxième intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases}$$



- **Deuxième intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$



- **Deuxième intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :



- **Deuxième intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I =$$



- **Deuxième intégration par parties**

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I = \left[e^x \sin(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) dx$$



- Deuxième intégration par parties

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[e^x \sin(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - e^0 \sin(0) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \end{aligned}$$



• Deuxième intégration par parties

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[e^x \sin(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - e^0 \sin(0) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} - J \end{aligned}$$



• Deuxième intégration par parties

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[e^x \sin(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - e^0 \sin(0) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} - J \end{aligned}$$

On a montré les deux égalités :



• Deuxième intégration par parties

On pose :

$$\begin{cases} u(x) = \sin(x) \\ v'(x) = e^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = \cos(x) \\ v(x) = e^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I &= \left[e^x \sin(x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - e^0 \sin(0) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) \, dx \\ &= e^{\frac{\pi}{2}} - J \end{aligned}$$

On a montré les deux égalités :

$$\boxed{I = 1 + J} \quad \text{et} \quad \boxed{I = e^{\frac{\pi}{2}} - J}$$



2. En faisant la somme des deux égalités précédentes, on obtient :



2. En faisant la somme des deux égalités précédentes, on obtient :

$$2I = 1 + J + e^{\frac{\pi}{2}} - J = 1 + e^{\frac{\pi}{2}}$$



2. En faisant la somme des deux égalités précédentes, on obtient :

$$2I = 1 + J + e^{\frac{\pi}{2}} - J = 1 + e^{\frac{\pi}{2}}$$

Et donc :

$$I = \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\mathcal{A} =$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\mathcal{A} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale})\end{aligned}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$

Or :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$

Or :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{2} \right)^2$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$

Or :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 = \frac{\pi^2}{8}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$

Or :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 = \frac{\pi^2}{8}$$

$$\text{On en déduit que } \mathcal{A} = \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2} - \frac{\pi^2}{8}$$



3. Pour tout $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, on a $f(x) \geq g(x)$ donc l'aire $\mathcal{A}$ du domaine hachuré est :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - g(x) \, dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \, dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) \, dx \quad (\text{linéarité de l'intégrale}) \\ &= I - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx\end{aligned}$$

Or :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \, dx = \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 = \frac{\pi^2}{8}$$

On en déduit que $\mathcal{A} = \frac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2} - \frac{\pi^2}{8}$ soit :

$$\mathcal{A} = \frac{4 + 4e^{\frac{\pi}{2}} + \pi^2}{8}$$

