

Amérique du sud - 21 novembre 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat



Exercice 1 - Partie 1



Exercice 1 - Partie 1

1. Le pourcentage de personnes de rhésus positif est égale à $38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5$



Exercice 1 - Partie 1

1. Le pourcentage de personnes de rhésus positif est égale à $38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5 = 84,9$.



Exercice 1 - Partie 1

1. Le pourcentage de personnes de rhésus positif est égale à $38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5 = 84,9$. La proportion de personnes de rhésus positif est donc égale à $0,849$



Exercice 1 - Partie 1

1. Le pourcentage de personnes de rhésus positif est égale à $38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5 = 84,9$. La proportion de personnes de rhésus positif est donc égale à $0,849$ donc la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est :



1. Le pourcentage de personnes de rhésus positif est égale à $38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5 = 84,9$. La proportion de personnes de rhésus positif est donc égale à $0,849$ donc la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est :

$$P(Rh+) = 0,849$$



2. On a :

$$P_{Rh+}(A) =$$



2. On a :

$$P_{Rh+}(A) = \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)}$$



2. On a :

$$\begin{aligned} P_{Rh+}(A) &= \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)} \\ &= \frac{P(A+)}{P(Rh+)} \end{aligned}$$



2. On a :

$$\begin{aligned}P_{Rh+}(A) &= \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{P(A+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{0,382}{0,849}\end{aligned}$$



2. On a :

$$\begin{aligned}P_{Rh+}(A) &= \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{P(A+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{0,382}{0,849} \\&\approx 0,450\end{aligned}$$



2. On a :

$$\begin{aligned}P_{Rh+}(A) &= \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{P(A+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{0,382}{0,849} \\&\approx 0,450\end{aligned}$$

La probabilité que la personne soit du groupe A sachant qu'elle est de rhésus positif est donc :



2. On a :

$$\begin{aligned}P_{Rh+}(A) &= \frac{P(A \cap Rh+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{P(A+)}{P(Rh+)} \\&= \frac{0,382}{0,849} \\&\approx 0,450\end{aligned}$$

La probabilité que la personne soit du groupe A sachant qu'elle est de rhésus positif est donc :

$$P_{Rh+}(A) = 0,450$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$P_{AB}(Rh-) =$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$P_{AB}(Rh-) = \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)}$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$\begin{aligned} P_{AB}(Rh-) &= \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)} \\ &= \frac{P(AB-)}{P(AB)} \end{aligned}$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$\begin{aligned} P_{AB}(Rh-) &= \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)} \\ &= \frac{P(AB-)}{P(AB)} \\ &= \frac{0,004}{0,029} \quad (\text{car } P(AB) = P(AB+) + P(AB-)) \end{aligned}$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$\begin{aligned}P_{AB}(Rh-) &= \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)} \\&= \frac{P(AB-)}{P(AB)} \\&= \frac{0,004}{0,029} \quad (\text{car } P(AB) = P(AB+) + P(AB-)) \\&\approx 0,138\end{aligned}$$



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$\begin{aligned}P_{AB}(Rh-) &= \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)} \\&= \frac{P(AB-)}{P(AB)} \\&= \frac{0,004}{0,029} \quad (\text{car } P(AB) = P(AB+) + P(AB-)) \\&\approx 0,138\end{aligned}$$

La probabilité que son rhésus soit négatif sachant que la personne est du groupe AB est donc :



3. Il s'agit de calculer $P_{AB}(Rh-)$:

$$\begin{aligned}P_{AB}(Rh-) &= \frac{P(AB \cap Rh-)}{P(AB)} \\&= \frac{P(AB-)}{P(AB)} \\&= \frac{0,004}{0,029} \quad (\text{car } P(AB) = P(AB+) + P(AB-)) \\&\approx 0,138\end{aligned}$$

La probabilité que son rhésus soit négatif sachant que la personne est du groupe AB est donc :

$P_{AB}(Rh-) \approx 0,138$



Exercice 1 - Partie 2



Exercice 1 - Partie 2

1. (a) On répète 50 fois une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (la personne est un donneur universel) est égale à 0,065.



Exercice 1 - Partie 2

1. (a) On répète 50 fois une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (la personne est un donneur universel) est égale à 0,065. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,065$.



Exercice 1 - Partie 2

1. (a) On répète 50 fois une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (la personne est un donneur universel) est égale à 0,065. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,065$.
On obtient alors, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels est :



Exercice 1 - Partie 2

1. (a) On répète 50 fois une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (la personne est un donneur universel) est égale à 0,065. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,065$. On obtient alors, à l'aide de la calculatrice que la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels est :

$$P(X = 8) \approx 0,010$$



1. (b) La commande `proba(k)` renvoie la somme, pour i variant entre 0 et k , des probabilités $P(X = i)$.



1. (b) La commande `proba(k)` renvoie la somme, pour i variant entre 0 et k , des probabilités $P(X = i)$. Elle renvoie donc la valeur de $P(X \leq k)$.



1. (b) La commande `proba(k)` renvoie la somme, pour i variant entre 0 et k , des probabilités $P(X = i)$. Elle renvoie donc la valeur de $P(X \leq k)$. La commande `proba(8)` renvoie donc la probabilité que parmi les 50 personnes, au plus 8 soient des donneurs universels,



1. (b) La commande `proba(k)` renvoie la somme, pour i variant entre 0 et k , des probabilités $P(X = i)$. Elle renvoie donc la valeur de $P(X \leq k)$. La commande `proba(8)` renvoie donc la probabilité que parmi les 50 personnes, au plus 8 soient des donneurs universels, soit :

$$P(X \leq 8) \approx 0,995$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes.



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$.



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est
- $$P(Y = 0) =$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est

$$P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est
- $$P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n = 0,935^n.$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est
- $$P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n = 0,935^n.$$
- Par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins une personne soit donneur universel est :



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est $P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n = 0,935^n$. Par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins une personne soit donneur universel est :

$$P(Y \geq 1) =$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est $P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n = 0,935^n$. Par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins une personne soit donneur universel est :

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0)$$



2. On choisit n personnes dans la population française et on note Y la variable aléatoire égale au nombre de donneurs universels parmi ces n personnes. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,065$. La probabilité qu'aucune personne de l'échantillon ne soit donneur universel est $P(Y = 0) = (1 - 0,065)^n = 0,935^n$. Par passage à l'événement contraire, la probabilité qu'au moins une personne soit donneur universel est :

$$P(Y \geq 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - 0,935^n$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff 1 - 0,935^n \geq 0,999$$



On a alors :

$$\begin{aligned}P(Y \geq 1) \geq 0,999 &\iff 1 - 0,935^n \geq 0,999 \\ &\iff 0,935^n \leq 0,001\end{aligned}$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff 1 - 0,935^n \geq 0,999$$

$$\iff 0,935^n \leq 0,001$$

$$\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001)$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff 1 - 0,935^n \geq 0,999$$

$$\iff 0,935^n \leq 0,001$$

$$\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001)$$

$$\iff n \ln(0,935) \leq \ln(0,001)$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff 1 - 0,935^n \geq 0,999$$

$$\iff 0,935^n \leq 0,001$$

$$\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001)$$

$$\iff n \ln(0,935) \leq \ln(0,001)$$

$$\iff n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \quad (\text{car } \ln(0,935) < 0)$$



On a alors :

$$P(Y \geq 1) \geq 0,999 \iff 1 - 0,935^n \geq 0,999$$

$$\iff 0,935^n \leq 0,001$$

$$\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001)$$

$$\iff n \ln(0,935) \leq \ln(0,001)$$

$$\iff n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \quad (\text{car } \ln(0,935) < 0)$$

$$\text{Or } \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \approx 102,8.$$



On a alors :

$$\begin{aligned}P(Y \geq 1) \geq 0,999 &\iff 1 - 0,935^n \geq 0,999 \\&\iff 0,935^n \leq 0,001 \\&\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001) \\&\iff n \ln(0,935) \leq \ln(0,001) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \quad (\text{car } \ln(0,935) < 0)\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \approx 102,8$. Le nombre minimal de personnes à choisir pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel soit supérieure à 0,999 est donc :



On a alors :

$$\begin{aligned}P(Y \geq 1) \geq 0,999 &\iff 1 - 0,935^n \geq 0,999 \\&\iff 0,935^n \leq 0,001 \\&\iff \ln(0,935^n) \leq \ln(0,001) \\&\iff n \ln(0,935) \leq \ln(0,001) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \quad (\text{car } \ln(0,935) < 0)\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,001)}{\ln(0,935)} \approx 102,8$. Le nombre minimal de personnes à choisir pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel soit supérieure à 0,999 est donc :

$$n = 103$$



Exercice 2 - Partie 1



1. Affirmation 1 : Vrai



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 =$



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 = \frac{1}{3} \times 10 + 2$



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 = \frac{1}{3} \times 10 + 2 = \frac{16}{3}$



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 = \frac{1}{3} \times 10 + 2 = \frac{16}{3} \approx 5,33$.



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 = \frac{1}{3} \times 10 + 2 = \frac{16}{3} \approx 5,33$. On a donc bien $0 \leq u_1 \leq u_0$



1. Affirmation 1 : Vrai

Démontrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $u_0 = 10$ et $u_1 = \frac{1}{3} \times 10 + 2 = \frac{16}{3} \approx 5,33$. On a donc bien $0 \leq u_1 \leq u_0$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.



• Hérité :



- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,



- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$



- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$

Puis, en ajoutant 2 :



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$

Puis, en ajoutant 2 :

$$2 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{3}u_n + 2$$



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$

Puis, en ajoutant 2 :

$$2 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{3}u_n + 2$$

Soit :

$$2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$

Puis, en ajoutant 2 :

$$2 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{3}u_n + 2$$

Soit :

$$2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

Et donc a fortiori :

$$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$



• **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

On a alors, en multipliant par $\frac{1}{3}$:

$$0 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$$

Puis, en ajoutant 2 :

$$2 \leq \frac{1}{3}u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{3}u_n + 2$$

Soit :

$$2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

Et donc a fortiori :

$$0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.



- **Conclusion :**



- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire,



- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.



- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$



- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

Cela prouve que la suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)



- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$0 \leq u_{n+1} \leq u_n$$

Cela prouve que la suite (u_n) est décroissante (car $u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$) et minorée par 0 (car $0 \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).



2. Affirmation 2 : Faux



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l .



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$,



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f ,



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$.



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$f(x) = x \iff \frac{1}{3}x + 2 = x$$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff \frac{1}{3}x + 2 = x \\ &\iff \frac{2}{3}x = 2 \end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$\begin{aligned}f(x) = x &\iff \frac{1}{3}x + 2 = x \\&\iff \frac{2}{3}x = 2 \\&\iff x = 2 \times \frac{3}{2}\end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$f(x) = x \iff \frac{1}{3}x + 2 = x$$

$$\iff \frac{2}{3}x = 2$$

$$\iff x = 2 \times \frac{3}{2}$$

$$\iff x = 3$$



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$\begin{aligned}f(x) = x &\iff \frac{1}{3}x + 2 = x \\&\iff \frac{2}{3}x = 2 \\&\iff x = 2 \times \frac{3}{2} \\&\iff x = 3\end{aligned}$$

La fonction f admet donc 3 pour unique point fixe, on en déduit que $l = 3$,



2. Affirmation 2 : Faux

La suite (u_n) étant décroissante et minorée, elle converge vers une limite l . Et comme la suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ et que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$, on sait que la limite l est un point fixe de f , c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$. Or :

$$\begin{aligned}f(x) = x &\iff \frac{1}{3}x + 2 = x \\&\iff \frac{2}{3}x = 2 \\&\iff x = 2 \times \frac{3}{2} \\&\iff x = 3\end{aligned}$$

La fonction f admet donc 3 pour unique point fixe, on en déduit que $l = 3$, soit $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$.



3. Affirmation 3 : Vrai



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} =$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 3$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3\end{aligned}$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n - 1\end{aligned}$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n - 1 \\&= \frac{1}{3}(u_n - 3)\end{aligned}$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n - 1 \\&= \frac{1}{3}(u_n - 3) \\&= \frac{1}{3}v_n\end{aligned}$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}v_{n+1} &= u_{n+1} - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 \\&= \frac{1}{3}u_n - 1 \\&= \frac{1}{3}(u_n - 3) \\&= \frac{1}{3}v_n\end{aligned}$$

La suite (v_n) est donc géométrique de raison $\frac{1}{3}$.



Partie 2



1. Affirmation 4 : Vrai



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$.



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 \Longleftrightarrow$$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 \iff 0 = \frac{3}{2}k + 2$$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$\begin{aligned}f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 &\iff 0 = \frac{3}{2}k + 2 \\&\iff \frac{3}{2}k = -2\end{aligned}$$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 \iff 0 = \frac{3}{2}k + 2$$

$$\iff \frac{3}{2}k = -2$$

$$\iff k = -2 \times \frac{2}{3}$$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 \iff 0 = \frac{3}{2}k + 2$$

$$\iff \frac{3}{2}k = -2$$

$$\iff k = -2 \times \frac{2}{3}$$

$$\iff k = -\frac{4}{3}$$



1. Affirmation 4 : Vrai

Soit $k \in \mathbb{R}$ et f la fonction constante définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = k$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$ et donc :

$$f'(x) = \frac{3}{2}f(x) + 2 \iff 0 = \frac{3}{2}k + 2$$

$$\iff \frac{3}{2}k = -2$$

$$\iff k = -2 \times \frac{2}{3}$$

$$\iff k = -\frac{4}{3}$$

La fonction constante $x \mapsto -\frac{4}{3}$ est donc solution de (E) .



2. Affirmation 5 :



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

- On a vu, dans la question précédente, que l'équation différentielle (E) admettait pour solution particulière la fonction :



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

- On a vu, dans la question précédente, que l'équation différentielle (E) admettait pour solution particulière la fonction :

$$x \mapsto -\frac{4}{3}$$



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

- On a vu, dans la question précédente, que l'équation différentielle (E) admettait pour solution particulière la fonction :

$$x \mapsto -\frac{4}{3}$$

- Les solutions de (E) sont donc les fonctions de la forme :



2. Affirmation 5 :

- L'équation homogène associée $y' = \frac{3}{2}y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

- On a vu, dans la question précédente, que l'équation différentielle (E) admettait pour solution particulière la fonction :

$$x \mapsto -\frac{4}{3}$$

- Les solutions de (E) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$.



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$$f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$,
 $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$.



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) =$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x} = 2e^{\frac{3}{2}x}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x} = 2e^{\frac{3}{2}x}$$

Et donc :

$$f'(1) =$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x} = 2e^{\frac{3}{2}x}$$

Et donc :

$$f'(1) = 2e^{\frac{3}{2} \times 1}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x} = 2e^{\frac{3}{2}x}$$

Et donc :

$$f'(1) = 2e^{\frac{3}{2} \times 1} = 2e^{\frac{3}{2}}$$



- Soit alors f la solution qui vérifie $f(0) = 0$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$ et donc $f(0) = \lambda - \frac{4}{3}$. On a alors :

$$f(0) = 0 \iff \lambda - \frac{4}{3} = 0 \iff \lambda = \frac{4}{3}$$

On a donc :

$$f(x) = \frac{4}{3}e^{\frac{3}{2}x} - \frac{4}{3}$$

- On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}e^{\frac{3}{2}x} = 2e^{\frac{3}{2}x}$$

Et donc :

$$f'(1) = 2e^{\frac{3}{2} \times 1} = 2e^{\frac{3}{2}}$$

Et le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 1 est égal au nombre dérivé de f en 1.



Exercice 3 - Partie 1



Exercice 3 - Partie 1

1.
 - Limite en $-\infty$:



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

• Limite en $+\infty$:



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

• Limite en $+\infty$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = x^2 e^{-x} - 4e^{-x}$



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

• Limite en $+\infty$:

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \text{ on a } f(x) = x^2 e^{-x} - 4e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} - 4e^{-x}$$



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

• Limite en $+\infty$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = x^2 e^{-x} - 4e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} - 4e^{-x}$ d'où :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0}$$



Exercice 3 - Partie 1

1. • Limite en $-\infty$:

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 4) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{cases}$$

• Limite en $+\infty$:

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $f(x) = x^2 e^{-x} - 4e^{-x} = \frac{x^2}{e^x} - 4e^{-x}$ d'où :

$$\boxed{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0 & (\text{par croissances comparées}) \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} 4e^{-x} = 0 \end{cases}$$



2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :



2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) =$$



2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = 2x \times e^{-x} + (x^2 - 4) \times (-e^{-x})$$



2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \times e^{-x} + (x^2 - 4) \times (-e^{-x}) \\ &= (-x^2 + 2x + 4)e^{-x} \end{aligned}$$



2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \times e^{-x} + (x^2 - 4) \times (-e^{-x}) \\ &= (-x^2 + 2x + 4)e^{-x} \end{aligned}$$

Soit :

$$f'(x) = (-x^2 + 2x + 4)e^{-x}$$



3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$



3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-x^2 + 2x + 4$.



3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-x^2 + 2x + 4$.
Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :
 $1 - \sqrt{5}$ et $1 + \sqrt{5}$.



3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-x^2 + 2x + 4$.
Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :
 $1 - \sqrt{5}$ et $1 + \sqrt{5}$. Et il est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines,



3. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-x^2 + 2x + 4$.
 Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet deux racines :
 $1 - \sqrt{5}$ et $1 + \sqrt{5}$. Et il est négatif à l'extérieur de l'intervalle des racines, d'où le tableau :

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{5}$	$1 + \sqrt{5}$	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			$f(1 + \sqrt{5})$		0
			$f(1 - \sqrt{5})$			



1. On a :

$$I_0 =$$



1. On a :

$$I_0 = \int_{-2}^0 e^{-x} dx$$



1. On a :

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_{-2}^0 e^{-x} dx \\ &= \left[-e^{-x} \right]_{-2}^0 \end{aligned}$$



1. On a :

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_{-2}^0 e^{-x} dx \\ &= \left[-e^{-x} \right]_{-2}^0 \\ &= -e^0 + e^{-(-2)} \end{aligned}$$



1. On a :

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_{-2}^0 e^{-x} dx \\ &= \left[-e^{-x} \right]_{-2}^0 \\ &= -e^0 + e^{-(-2)} \\ &= e^2 - 1 \end{aligned}$$



1. On a :

$$\begin{aligned} I_0 &= \int_{-2}^0 e^{-x} dx \\ &= \left[-e^{-x} \right]_{-2}^0 \\ &= -e^0 + e^{-(-2)} \\ &= e^2 - 1 \end{aligned}$$

On a donc :

$$I_0 = e^2 - 1$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$.



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases}$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I_{n+1} =$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$I_{n+1} = \left[-x^{n+1} e^{-x} \right]_{-2}^0 - \int_{-2}^0 -(n+1)x^n e^{-x} dx$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_{n+1} &= \left[-x^{n+1} e^{-x} \right]_{-2}^0 - \int_{-2}^0 -(n+1)x^n e^{-x} dx \\ &= 2^{n+1} e^2 + (n+1) \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx \end{aligned}$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_{n+1} &= \left[-x^{n+1} e^{-x} \right]_{-2}^0 - \int_{-2}^0 -(n+1)x^n e^{-x} dx \\ &= 2^{n+1} e^2 + (n+1) \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx \\ &= 2^{n+1} e^2 + (n+1) I_n \end{aligned}$$



2. On a $I_{n+1} = \int_{-2}^0 x^{n+1} e^{-x} dx$. Posons alors, pour tout $x \in [-2; 0]$:

$$\begin{cases} u(x) = x^{n+1} \\ v'(x) = e^{-x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1)x^n \\ v(x) = -e^{-x} \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} I_{n+1} &= \left[-x^{n+1} e^{-x} \right]_{-2}^0 - \int_{-2}^0 -(n+1)x^n e^{-x} dx \\ &= 2^{n+1} e^2 + (n+1) \int_{-2}^0 x^n e^{-x} dx \\ &= 2^{n+1} e^2 + (n+1) I_n \end{aligned}$$

Soit :

$$I_{n+1} = (-2)^{n+1} e^2 + (n+1) I_n$$



3. On calcule alors, de proche en proche :



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 =$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$

Et :

$$I_2 =$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$

Et :

$$I_2 = (-2)^2 e^2 + 2I_1$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$

Et :

$$I_2 = (-2)^2 e^2 + 2I_1 = 4e^2 + 2(-e^2 - 1)$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$

Et :

$$I_2 = (-2)^2 e^2 + 2I_1 = 4e^2 + 2(-e^2 - 1) = 2e^2 - 2$$



3. On calcule alors, de proche en proche :

$$I_1 = (-2)^1 e^2 + I_0 = -2e^2 + e^2 - 1 = -e^2 - 1$$

Et :

$$I_2 = (-2)^2 e^2 + 2I_1 = 4e^2 + 2(-e^2 - 1) = 2e^2 - 2$$

Soit :

$$\boxed{I_1 = -e^2 - 1} \quad \text{et} \quad \boxed{I_2 = 2e^2 - 2}$$



1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$



1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $x^2 - 4$.



1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $x^2 - 4$. Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet -2 et 2 pour racines et qui est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines.



1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $x^2 - 4$. Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet -2 et 2 pour racines et qui est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. On en déduit le tableau :

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 ,



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$.



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\int_{-2}^0 f(x) \, dx =$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\int_{-2}^0 f(x) \, dx = \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\ &= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx\end{aligned}$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\ &= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\ &= I_2 - 4I_0\end{aligned}$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\ &= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\ &= I_2 - 4I_0 \\ &= 2e^2 - 2 - 4(e^2 - 1)\end{aligned}$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\&= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\&= I_2 - 4I_0 \\&= 2e^2 - 2 - 4(e^2 - 1) \\&= 2e^2 - 2 - 4e^2 + 4\end{aligned}$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\&= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\&= I_2 - 4I_0 \\&= 2e^2 - 2 - 4(e^2 - 1) \\&= 2e^2 - 2 - 4e^2 + 4 \\&= -2e^2 + 2\end{aligned}$$



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\&= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\&= I_2 - 4I_0 \\&= 2e^2 - 2 - 4(e^2 - 1) \\&= 2e^2 - 2 - 4e^2 + 4 \\&= -2e^2 + 2\end{aligned}$$

La valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire S sur le domaine D est donc :



2. La fonction f étant négative entre -2 et 0 , il s'agit de calculer la valeur opposée de l'intégrale $\int_{-2}^0 f(x) \, dx$. Or :

$$\begin{aligned}\int_{-2}^0 f(x) \, dx &= \int_{-2}^0 (x^2 - 4)e^{-x} \, dx \\&= \int_{-2}^0 x^2 e^{-x} \, dx - 4 \int_{-2}^0 e^{-x} \, dx \\&= I_2 - 4I_0 \\&= 2e^2 - 2 - 4(e^2 - 1) \\&= 2e^2 - 2 - 4e^2 + 4 \\&= -2e^2 + 2\end{aligned}$$

La valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire S sur le domaine D est donc :

$$-\int_{-2}^0 f(x) \, dx = 2(e^2 - 1)$$



Exercice 4 - Partie 1



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} =$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} =$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times -3 + 3 \times 0 + 3 \times 2$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times -3 + 3 \times 0 + 3 \times 2 = -6 + 6$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times -3 + 3 \times 0 + 3 \times 2 = -6 + 6 = 0$



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times -3 + 3 \times 0 + 3 \times 2 = -6 + 6 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) ,



Exercice 4 - Partie 1

1. On a $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ d'où :

- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 \times -3 + 3 \times 2 + 3 \times 0 = -6 + 6 = 0$
- $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times -3 + 3 \times 0 + 3 \times 2 = -6 + 6 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC) , on en déduit que :

Le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan (ABC)



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal,



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation,



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 + 3 \times 0 + 3 \times 0 + d = 0$



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 + 3 \times 0 + 3 \times 0 + d = 0$ et donc $d = -6$.



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 + 3 \times 0 + 3 \times 0 + d = 0$ et donc $d = -6$. Une équation du plan (ABC) est donc :



2. Le plan (ABC) admettant le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 3y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 + 3 \times 0 + 3 \times 0 + d = 0$ et donc $d = -6$. Une équation du plan (ABC) est donc :

$$2x + 3y + 3z - 6 = 0$$



3. La droite d passe par $O(0; 0; 0)$ et admet le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur,



3. La droite d passe par $O(0; 0; 0)$ et admet le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :



3. La droite d passe par $O(0; 0; 0)$ et admet le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 = 0 \iff$$



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 = 0 \iff 4t + 9t + 9t - 6 = 0$$



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} 2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 &= 0 \iff 4t + 9t + 9t - 6 = 0 \\ &\iff 22t = 6 \end{aligned}$$



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 = 0 \iff 4t + 9t + 9t - 6 = 0$$

$$\iff 22t = 6$$

$$\iff t = \frac{3}{11}$$



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 = 0 \iff 4t + 9t + 9t - 6 = 0$$

$$\iff 22t = 6$$

$$\iff t = \frac{3}{11}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t = \frac{3}{11}$ dans la représentation paramétrique de d ,



4. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de d dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2 \times 2t + 3 \times 3t + 3 \times 3t - 6 = 0 \iff 4t + 9t + 9t - 6 = 0$$

$$\iff 22t = 6$$

$$\iff t = \frac{3}{11}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t = \frac{3}{11}$ dans la représentation paramétrique de d , soit :

$$H \left(\frac{6}{11}; \frac{9}{11}; \frac{9}{11} \right)$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan,



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) .



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$OH =$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$OH = \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2}$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 9^2 + 9^2}{11^2}} \end{aligned}$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 9^2 + 9^2}{11^2}} \\ &= \frac{\sqrt{198}}{11} \end{aligned}$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 9^2 + 9^2}{11^2}} \\ &= \frac{\sqrt{198}}{11} \\ &= \frac{3\sqrt{22}}{11} \end{aligned}$$



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 9^2 + 9^2}{11^2}} \\ &= \frac{\sqrt{198}}{11} \\ &= \frac{3\sqrt{22}}{11} \end{aligned}$$

La distance du point O au plan (ABC) est donc :



5. Le point H étant le point d'intersection du plan (ABC) avec la droite passant par O perpendiculairement à ce plan, il s'agit du projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC) . La distance du point O au plan (ABC) est donc la distance OH .

$$\begin{aligned} OH &= \sqrt{\left(\frac{6}{11}\right)^2 + \left(\frac{9}{11}\right)^2 + \left(\frac{6}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 + 9^2 + 9^2}{11^2}} \\ &= \frac{\sqrt{198}}{11} \\ &= \frac{3\sqrt{22}}{11} \end{aligned}$$

La distance du point O au plan (ABC) est donc :

$$\boxed{\frac{3\sqrt{22}}{11}}$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC .



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} =$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC .
L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2}$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2}$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} =$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{OAB} \times OC$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{OAB} \times OC = \frac{1}{3} \times 3 \times 2$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{OAB} \times OC = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 = 2$$



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{OAB} \times OC = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 = 2$$

Le volume du tétraèdre $OABC$ est donc :



1. Pour calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre $OABC$, on peut choisir pour base la face OAB , la hauteur correspondante est alors OC . L'aire de la base OAB est alors :

$$\mathcal{A}_{OAB} = \frac{OA \times OB}{2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

On a alors :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{OAB} \times OC = \frac{1}{3} \times 3 \times 2 = 2$$

Le volume du tétraèdre $OABC$ est donc :

$$\boxed{\mathcal{V} = 2}$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :



2. Dans le tétraèdre $0ABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} =$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11}$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2,



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} =$$



2. Dans le tétraèdre $0ABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} = 2 \times \frac{11}{\sqrt{22}}$$



2. Dans le tétraèdre $0ABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} = 2 \times \frac{11}{\sqrt{22}} = \frac{22}{\sqrt{22}}$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} = 2 \times \frac{11}{\sqrt{22}} = \frac{22}{\sqrt{22}} = \sqrt{22}$$



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} = 2 \times \frac{11}{\sqrt{22}} = \frac{22}{\sqrt{22}} = \sqrt{22}$$

L'aire du triangle ABC est donc :



2. Dans le tétraèdre $OABC$, si on choisit ABC pour base alors la hauteur correspondante est OH et, en notant $\mathcal{A}_{OAB}$ l'aire du triangle ABC , le volume est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times OH = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times \frac{3\sqrt{22}}{11} = \frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC}$$

Et comme, d'après la question précédente, ce volume est égal à 2, on a :

$$\frac{\sqrt{22}}{11} \mathcal{A}_{ABC} = 2$$

D'où :

$$\mathcal{A}_{ABC} = 2 \times \frac{11}{\sqrt{22}} = \frac{22}{\sqrt{22}} = \sqrt{22}$$

L'aire du triangle ABC est donc :

$\mathcal{A}_{ABC} = \sqrt{22}$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 =$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$

Et d'autre part :

$$\mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2 =$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$

Et d'autre part :

$$\mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2 = 3^2 + 3^2 + 2^2$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$

Et d'autre part :

$$\mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2 = 3^2 + 3^2 + 2^2 = 9 + 9 + 4$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$

Et d'autre part :

$$\mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2 = 3^2 + 3^2 + 2^2 = 9 + 9 + 4 = 22$$



3. Les aires des faces OAB , OAC et OBC sont respectivement :

$$\mathcal{A}_{OAB} = 3 \quad \mathcal{A}_{OAC} = \frac{3 \times 2}{2} = 3 \quad \mathcal{A}_{OBC} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

On a alors d'une part :

$$\mathcal{A}_{ABC}^2 = \sqrt{22}^2 = 22$$

Et d'autre part :

$$\mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2 = 3^2 + 3^2 + 2^2 = 9 + 9 + 4 = 22$$

On a donc bien :

$$\boxed{\mathcal{A}_{ABC}^2 = \mathcal{A}_{OAB}^2 + \mathcal{A}_{OAC}^2 + \mathcal{A}_{OBC}^2}$$

