

Amérique du sud - 20 novembre 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat



Exercice 1 - Partie A



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$g'(x) =$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$g'(x) = ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right)$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\ &= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \end{aligned}$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$

Et donc :

$$g'(x) + \frac{1}{4}g(x) =$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$

Et donc :

$$g'(x) + \frac{1}{4}g(x) = \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x} + \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x}$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$

Et donc :

$$g'(x) + \frac{1}{4}g(x) = \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x} + \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} = ae^{-\frac{1}{4}x}$$



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$

Et donc :

$$g'(x) + \frac{1}{4}g(x) = \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x} + \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} = ae^{-\frac{1}{4}x}$$

La condition pour que g soit solution de (E) est donc :



Exercice 1 - Partie A

1. La fonction g est dérivable sur $[0; +\infty[$ et pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}g'(x) &= ae^{-\frac{1}{4}x} + ax \times \left(-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}\right) \\&= ae^{-\frac{1}{4}x} - \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} \\&= \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x}\end{aligned}$$

Et donc :

$$g'(x) + \frac{1}{4}g(x) = \left(a - \frac{1}{4}ax\right)e^{-\frac{1}{4}x} + \frac{1}{4}axe^{-\frac{1}{4}x} = ae^{-\frac{1}{4}x}$$

La condition pour que g soit solution de (E) est donc :

$$\boxed{a = 20}$$



2. Les solutions de l'équation différentielle (E') sont les fonctions de la forme :



2. Les solutions de l'équation différentielle (E') sont les fonctions de la forme :

$$x \mapsto \lambda e^{-\frac{1}{4}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$



3. Les solutions de l'équation différentielle (E) sont donc les fonctions de la forme :



3. Les solutions de l'équation différentielle (E) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto 20xe^{-\frac{1}{4}x} + \lambda e^{-\frac{1}{4}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$



3. Les solutions de l'équation différentielle (E) sont donc les fonctions de la forme :

$$x \mapsto 20xe^{-\frac{1}{4}x} + \lambda e^{-\frac{1}{4}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$

Soit :

$$x \mapsto (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x} \quad \text{avec } \lambda \in \mathbb{R}$$



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$.



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$. On a alors :

$$f(0) = 8 \Longleftrightarrow$$



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$. On a alors :

$$f(0) = 8 \iff (20 \times 0 + \lambda)e^0 = 8$$



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$. On a alors :

$$\begin{aligned} f(0) = 8 &\Longleftrightarrow (20 \times 0 + \lambda)e^0 = 8 \\ &\Longleftrightarrow \lambda = 8 \end{aligned}$$



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$. On a alors :

$$\begin{aligned} f(0) = 8 &\Longleftrightarrow (20 \times 0 + \lambda)e^0 = 8 \\ &\Longleftrightarrow \lambda = 8 \end{aligned}$$

On a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:



4. Pour tout $x \in [0; +\infty[$, posons $f(x) = (20x + \lambda)e^{-\frac{1}{4}x}$. On a alors :

$$\begin{aligned} f(0) = 8 &\Longleftrightarrow (20 \times 0 + \lambda)e^0 = 8 \\ &\Longleftrightarrow \lambda = 8 \end{aligned}$$

On a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:

$$f(x) = (20x + 8)e^{-\frac{1}{4}x}$$



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle
- $$y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x},$$



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle $y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x}$, on a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle $y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x}$, on a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:

$$f'(x) =$$



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle $y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x}$, on a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:

$$f'(x) = -\frac{1}{4}f(x) + 20e^{-\frac{1}{4}x}$$



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle $y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x}$, on a donc, pour tout $x \in [0; +\infty[$:

$$f'(x) = -\frac{1}{4}f(x) + 20e^{-\frac{1}{4}x} = (-5x - 2 + 20)e^{-\frac{1}{4}x} = (18 - 5x)e^{-\frac{1}{4}x}$$



1. (a) On a vu que la fonction f était solution de l'équation différentielle

$$y' + \frac{1}{4}y = 20e^{-\frac{1}{4}x}, \text{ on a donc, pour tout } x \in [0; +\infty[:$$

$$f'(x) = -\frac{1}{4}f(x) + 20e^{-\frac{1}{4}x} = (-5x - 2 + 20)e^{-\frac{1}{4}x} = (18 - 5x)e^{-\frac{1}{4}x}$$

Soit :

$$f'(x) = (18 - 5x)e^{-\frac{1}{4}x}$$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0

Avec $f\left(\frac{18}{5}\right) =$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0

Avec $f\left(\frac{18}{5}\right) = \left(20 \times \frac{18}{5} + 8\right) e^{-\frac{1}{4} \times \frac{18}{5}}$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0

Avec $f\left(\frac{18}{5}\right) = \left(20 \times \frac{18}{5} + 8\right) e^{-\frac{1}{4} \times \frac{18}{5}} = 80e^{-0,9}$.



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0

Avec $f\left(\frac{18}{5}\right) = \left(20 \times \frac{18}{5} + 8\right) e^{-\frac{1}{4} \times \frac{18}{5}} = 80e^{-0,9}$. Le maximum de f est donc atteint en $\frac{18}{5}$



1. (b) Pour tout $x \in [0; +\infty[$, $e^{-\frac{1}{4}x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $18 - 5x$ d'où le tableau :

x	0	$\frac{18}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	8	$f\left(\frac{18}{5}\right)$	0

Avec $f\left(\frac{18}{5}\right) = \left(20 \times \frac{18}{5} + 8\right) e^{-\frac{1}{4} \times \frac{18}{5}} = 80e^{-0,9}$. Le maximum de f est donc atteint en $\frac{18}{5}$ et vaut :

$$f\left(\frac{18}{5}\right) = 80e^{-0,9}$$



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$,



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$, la fonction f est continue et strictement décroissante.



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(14) \approx 8,7 > 8$



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(14) \approx 8,7 > 8$ et $f(15) \approx 7,2 < 8$



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(14) \approx 8,7 > 8$ et $f(15) \approx 7,2 < 8$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,



2. (a) Sur l'intervalle $[14; 15]$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $f(14) \approx 8,7 > 8$ et $f(15) \approx 7,2 < 8$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 8$ admet une unique solution α sur l'intervalle $[14; 15]$.



2. (b) On obtient :



2. (b) On obtient :

a	14	14	14, 25	14, 375	14, 4375
b	15	14, 5	14, 5	14, 5	14, 5
$b - a$	1	0, 5	0, 25	0, 125	0, 0625
m	14, 5	14, 25	14, 375	14, 4375	
Condition $f(m) > 8$	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI	



2. (c) La fonction `solution_equation` donne un encadrement d'amplitude inférieur à 0,1 de α .



2. (c) La fonction `solution_equation` donne un encadrement d'amplitude inférieur à 0,1 de α . Ainsi on a :

$$14,4375 < \alpha < 14,5$$



Exercice 2 - Partie A



Exercice 2 - Partie A

1. (a) Après avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 , on place cette boule dans l'urne U_2 .



Exercice 2 - Partie A

1. (a) Après avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 , on place cette boule dans l'urne U_2 . Il y a alors 1 boule noire et 4 boules blanches dans l'urne U_2 .



Exercice 2 - Partie A

1. (a) Après avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 , on place cette boule dans l'urne U_2 . Il y a alors 1 boule noire et 4 boules blanches dans l'urne U_2 . La probabilité de tirer une boule noire dans l'urne U_2 est donc égale à $\frac{1}{5} = 0,2$.



1. (a) Après avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 , on place cette boule dans l'urne U_2 . Il y a alors 1 boule noire et 4 boules blanches dans l'urne U_2 . La probabilité de tirer une boule noire dans l'urne U_2 est donc égale à $\frac{1}{5} = 0,2$. Ainsi la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 sachant qu'on a pioché une boule blanche dans l'urne U_1 est :



1. (a) Après avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 , on place cette boule dans l'urne U_2 . Il y a alors 1 boule noire et 4 boules blanches dans l'urne U_2 . La probabilité de tirer une boule noire dans l'urne U_2 est donc égale à $\frac{1}{5} = 0,2$. Ainsi la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 sachant qu'on a pioché une boule blanche dans l'urne U_1 est :

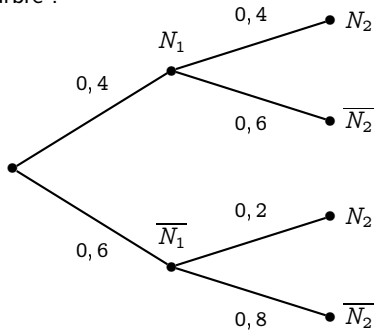
$$P_{\overline{N_1}}(N_2) = 0,2$$



2. (b) On obtient les autres probabilités à l'aide d'un raisonnement similaire et on obtient l'arbre :



2. (b) On obtient les autres probabilités à l'aide d'un raisonnement similaire et on obtient l'arbre :



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) =$$



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2)$$



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) = 0,4 \times 0,4$$



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_1 et une boule noire dans l'urne U_2 est donc :



2. Il s'agit de calculer $P(N_1 \cap N_2)$:

$$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) = 0,4 \times 0,4 = 0,16$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_1 et une boule noire dans l'urne U_2 est donc :

$P(N_1 \cap N_2) = 0,16$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(N_2) =$$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(N_2) = P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2)$$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(N_2) &= P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2) \\ &= 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,2 \end{aligned}$$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N_2) &= P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2) \\&= 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,2 \\&= 0,16 + 0,12\end{aligned}$$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N_2) &= P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2) \\&= 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,2 \\&= 0,16 + 0,12 \\&= 0,28\end{aligned}$$



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N_2) &= P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2) \\&= 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,2 \\&= 0,16 + 0,12 \\&= 0,28\end{aligned}$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est donc :



3. Les événements N_1 et N_2 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N_2) &= P(N_1) \times P_{N_1}(N_2) + P(\overline{N_1}) \times P_{\overline{N_1}}(N_2) \\&= 0,4 \times 0,4 + 0,6 \times 0,2 \\&= 0,16 + 0,12 \\&= 0,28\end{aligned}$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est donc :

$P(N_2) = 0,28$



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$P_{N_2}(\overline{N_1}) =$$



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$P_{N_2}(\overline{N_1}) = \frac{P(\overline{N_1} \cap N_2)}{P(N_2)}$$



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$\begin{aligned} P_{N_2}(\overline{N_1}) &= \frac{P(\overline{N_1} \cap N_2)}{P(N_2)} \\ &= \frac{0,12}{0,28} \end{aligned}$$



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$\begin{aligned} P_{N_2}(\overline{N_1}) &= \frac{P(\overline{N_1} \cap N_2)}{P(N_2)} \\ &= \frac{0,12}{0,28} \\ &\approx 0,43 \end{aligned}$$



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$\begin{aligned} P_{N_2}(\overline{N_1}) &= \frac{P(\overline{N_1} \cap N_2)}{P(N_2)} \\ &= \frac{0,12}{0,28} \\ &\approx 0,43 \end{aligned}$$

La probabilité d'avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 sachant qu'on a pioché une boule noire dans l'urne U_2 est donc :



4. Il s'agit de calculer $P_{N_2}(\overline{N_1})$:

$$\begin{aligned} P_{N_2}(\overline{N_1}) &= \frac{P(\overline{N_1} \cap N_2)}{P(N_2)} \\ &= \frac{0,12}{0,28} \\ &\approx 0,43 \end{aligned}$$

La probabilité d'avoir pioché une boule blanche dans l'urne U_1 sachant qu'on a pioché une boule noire dans l'urne U_2 est donc :

$$P_{N_2}(\overline{N_1}) \approx 0,43$$



Partie B



1. On répète n fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (piocher une boule noire) est $p = 0,28$.



1. On répète n fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (piocher une boule noire) est $p = 0,28$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :



1. On répète n fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (piocher une boule noire) est $p = 0,28$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,28$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$1 - 0,72^n \geq 0,9 \iff$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$1 - 0,72^n \geq 0,9 \iff 0,72^n \leq 0,1$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} 1 - 0,72^n &\geq 0,9 \iff 0,72^n \leq 0,1 \\ &\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \end{aligned}$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}1 - 0,72^n \geq 0,9 &\iff 0,72^n \leq 0,1 \\&\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \ln(0,72) \leq \ln(0,1)\end{aligned}$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}1 - 0,72^n \geq 0,9 &\iff 0,72^n \leq 0,1 \\&\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \ln(0,72) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \quad (\text{car } \ln(0,72) < 0)\end{aligned}$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}1 - 0,72^n \geq 0,9 &\iff 0,72^n \leq 0,1 \\&\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \ln(0,72) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \quad (\text{car } \ln(0,72) < 0)\end{aligned}$$

$$\text{Or } \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \approx 7,01$$



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}1 - 0,72^n \geq 0,9 &\iff 0,72^n \leq 0,1 \\&\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \ln(0,72) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \quad (\text{car } \ln(0,72) < 0)\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \approx 7,01$ donc le plus petit entier naturel n tel que $1 - 0,72^n \geq 0,9$ est :



2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}1 - 0,72^n \geq 0,9 &\iff 0,72^n \leq 0,1 \\&\iff \ln(0,72^n) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \ln(0,72) \leq \ln(0,1) \\&\iff n \geq \frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \quad (\text{car } \ln(0,72) < 0)\end{aligned}$$

Or $\frac{\ln(0,1)}{\ln(0,72)} \approx 7,01$ donc le plus petit entier naturel n tel que $1 - 0,72^n \geq 0,9$ est :

$n = 8$



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 .



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 . En effet cette probabilité est :

$$P(X \geq 1) =$$



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 . En effet cette probabilité est :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$$



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 . En effet cette probabilité est :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,72^n$$



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 . En effet cette probabilité est :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,72^n$$

Ainsi, à partir de $n = 8$,



3. L'expression $1 - 0,72^n$ correspond à la probabilité d'obtenir au moins une boule noire piochées dans l'urne U_2 . En effet cette probabilité est :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,72^n$$

Ainsi, à partir de $n = 8$, on est sûr à au moins 90 % d'avoir obtenu au moins une boule noire.



Partie C



1. Il s'agit de déterminer le nombre de choix possibles de 2 boules parmi 10,



1. Il s'agit de déterminer le nombre de choix possibles de 2 boules parmi 10, le nombre de tirages possibles de 2 boules simultanément dans l'urne U_1 est donc :



1. Il s'agit de déterminer le nombre de choix possibles de 2 boules parmi 10, le nombre de tirages possibles de 2 boules simultanément dans l'urne U_1 est donc :

$$\boxed{\binom{10}{2} = 45}$$



2. Le nombre de possibilités pour le choix de la boule blanche et

$$\binom{6}{1} = 6$$



2. Le nombre de possibilités pour le choix de la boule blanche et $\binom{6}{1} = 6$ et le nombre de possibilités pour le choix de la boule noire et $\binom{4}{1} = 4$.



2. Le nombre de possibilités pour le choix de la boule blanche et $\binom{6}{1} = 6$ et le nombre de possibilités pour le choix de la boule noire et $\binom{4}{1} = 4$. Le nombre de tirages possibles de 2 boules simultanément dans l'urne U_1 contenant exactement une boule blanche et une boule noire est donc :



2. Le nombre de possibilités pour le choix de la boule blanche et $\binom{6}{1} = 6$ et le nombre de possibilités pour le choix de la boule noire et $\binom{4}{1} = 4$. Le nombre de tirages possibles de 2 boules simultanément dans l'urne U_1 contenant exactement une boule blanche et une boule noire est donc :

$$\boxed{\binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = 24}$$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :
- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :
- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
 - B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$$P(A) =$$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$$P(A) = \frac{6}{45}$$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}.$$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) =$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45}$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$. Le nombre de tirage
avec 2 boules blanches est $\binom{6}{2} = 15$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$. Le nombre de tirage
avec 2 boules blanches est $\binom{6}{2} = 15$ donc $P(C) =$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une
boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$. Le nombre de tirage
avec 2 boules blanches est $\binom{6}{2} = 15$ donc $P(C) = \frac{15}{45}$



3. Il y a trois possibilités pour le tirage des deux boules dans l'urne U_1 .
Considérons les événements :

- A : « Piocher deux boules noires dans l'urne U_1 »
- B : « Piocher une boule noire et une boule blanche dans l'urne U_1 »
- C : « Piocher deux boules blanches dans l'urne U_1 »
- N : « Piocher une boule noire dans l'urne U_2 »

Le nombre de tirage avec 2 boules noires est $\binom{4}{2} = 6$ donc

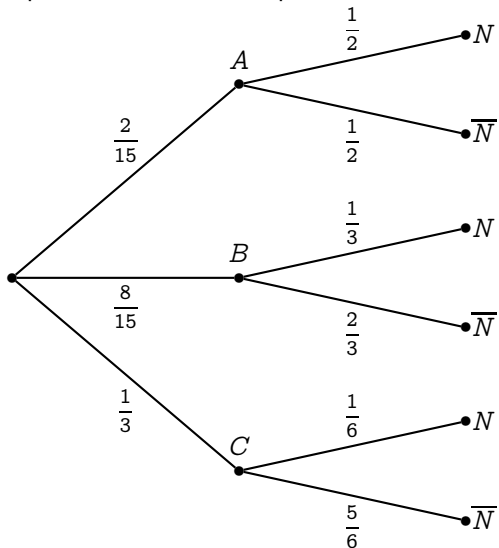
$P(A) = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$. Le nombre de tirage avec une boule noire et une boule blanche est 24 donc $P(B) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$. Le nombre de tirage avec 2 boules blanches est $\binom{6}{2} = 15$ donc $P(C) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$.



On peut alors représenter la situation par l'arbre :



On peut alors représenter la situation par l'arbre :



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(N) =$$



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(N) = P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N)$$



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(N) &= P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N) \\ &= \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \end{aligned}$$



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N) &= P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N) \\&= \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \\&= 0,3\end{aligned}$$



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N) &= P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N) \\&= \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \\&= 0,3\end{aligned}$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est donc :



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(N) &= P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N) \\&= \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \\&= 0,3\end{aligned}$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est donc :

$$P(N) = 0,3$$



Les événements A , B et C forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(N) &= P(A) \times P_A(N) + P(B) \times P_B(N) + P(C) \times P_C(N) \\ &= \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} + \frac{8}{15} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \\ &= 0,3 \end{aligned}$$

La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne U_2 est donc :

$$P(N) = 0,3$$

Elle est donc supérieure à celle obtenue avec l'expérience de la partie A (qui était égale à 0,28).



1. Affirmation 1 : Faux



1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$



1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$



1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$



Exercice 3

1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$



Exercice 3

1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{24}{n} =$



Exercice 3

1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{24}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{26}{n}$$



Exercice 3

1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$

$$\text{Or } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{24}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{26}{n} = 0$$



1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{24}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{26}{n} = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes,



Exercice 3

1. Affirmation 1 : Faux

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$-1 \leq (-1)^n \leq 1$$

Donc :

$$24 \leq 25 + (-1)^n \leq 26$$

Puis :

$$\frac{24}{n} \leq \frac{25 + (-1)^n}{n} \leq \frac{26}{n}$$

Soit :

$$\frac{24}{n} \leq u_n \leq \frac{26}{n}$$

Or $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{24}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{26}{n} = 0$ donc, d'après le théorème des gendarmes, la suite (u_n) converge vers 0.



2. Affirmation 2 : Vrai



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$t_{n+1} - t_n =$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$t_{n+1} - t_n = \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n}$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \\ &= \frac{k w_n}{w_n} \end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\&= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\&= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \\&= \frac{kw_n}{w_n} \\&= k\end{aligned}$$



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \\ &= \frac{k w_n}{w_n} \\ &= k \end{aligned}$$

Cela prouve que la suite (t_n) est arithmétique de raison k .



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \\ &= \frac{k w_n}{w_n} \\ &= k \end{aligned}$$

Cela prouve que la suite (t_n) est arithmétique de raison k .
Et comme k est strictement positif,



2. Affirmation 2 : Vrai

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} t_{n+1} - t_n &= \frac{k}{w_{n+1}} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k(1 + w_n)}{w_n} - \frac{k}{w_n} \\ &= \frac{k + kw_n - k}{w_n} \\ &= \frac{k w_n}{w_n} \\ &= k \end{aligned}$$

Cela prouve que la suite (t_n) est arithmétique de raison k .
Et comme k est strictement positif, elle est strictement croissante.



3. Affirmation 3 : Vrai



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$,



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- Initialisation :

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire,



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

On a montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.



3. Affirmation 3 : Vrai

Montrons par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$.

- **Initialisation :**

Pour $n = 0$, on a $v_0 = 1$ et $v_1 = \ln(2) \approx 0,69$ donc $v_1 \leq v_0$ et la propriété est vraie.

- **Hérédité :**

Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_{n+1} \leq v_n$$

On a alors :

$$1 + v_{n+1} \leq 1 + v_n$$

Puis, en appliquant la fonction $\ln$ qui est croissante sur $]0; +\infty[$:

$$\ln(1 + v_{n+1}) \leq \ln(1 + v_n)$$

Soit :

$$v_{n+2} \leq v_{n+1}$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

On a montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} \leq v_n$. Cela prouve que la suite (v_n) est décroissante.



4. Affirmation 4 : Vrai



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases}$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx =$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx = \left[x (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{x} \times (\ln(x))^n \times x dx$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx &= \left[x (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{x} \times (\ln(x))^n \times x dx \\ &= e (\ln(e))^{n+1} - (\ln(1))^{n+1} - \int_1^e (n+1) (\ln(x))^n dx \end{aligned}$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx &= \left[x (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{x} \times (\ln(x))^n \times x dx \\ &= e (\ln(e))^{n+1} - (\ln(1))^{n+1} - \int_1^e (n+1) (\ln(x))^n dx \\ &= e - (n+1) \int_1^e (\ln(x))^n dx \end{aligned}$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx &= \left[x (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{x} \times (\ln(x))^n \times x dx \\ &= e (\ln(e))^{n+1} - (\ln(1))^{n+1} - \int_1^e (n+1) (\ln(x))^n dx \\ &= e - (n+1) \int_1^e (\ln(x))^n dx \\ &= e - (n+1) I_n \end{aligned}$$



4. Affirmation 4 : Vrai

On a :

$$I_{n+1} = \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx$$

Pour tout $x \in [1; e]$, on pose :

$$\begin{cases} u(x) = (\ln(x))^{n+1} \\ v'(x) = 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = (n+1) \times \frac{1}{x} \times (\ln(x))^n \\ v(x) = x \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_1^e (\ln(x))^{n+1} dx &= \left[x (\ln(x))^{n+1} \right]_1^e - \int_1^e \frac{n+1}{x} \times (\ln(x))^n \times x dx \\ &= e (\ln(e))^{n+1} - (\ln(1))^{n+1} - \int_1^e (n+1) (\ln(x))^n dx \\ &= e - (n+1) \int_1^e (\ln(x))^n dx \\ &= e - (n+1) I_n \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$I_{n+1} = e - (n+1) I_n$$



Exercice 4

1. La droite (d_1) passe par $A(1; 2; -1)$ et admet le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.



Exercice 4

1. La droite (d_1) passe par $A(1; 2; -1)$ et admet le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :



Exercice 4

1. La droite (d_1) passe par $A(1; 2; -1)$ et admet le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{avec } t' \in \mathbb{R}$$



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{u_2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas colinéaires,



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas colinéaires, les droites ne sont pas parallèles.



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff$$



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff \begin{cases} t' = -1 \\ 0 = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff \begin{cases} t' = -1 \\ 0 = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$

Ce système étant impossible, il n'admet aucune solution.



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff \begin{cases} t' = -1 \\ 0 = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$

Ce système étant impossible, il n'admet aucune solution. Les droites (d_1) et (d_2) ne sont donc pas sécantes.



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff \begin{cases} t' = -1 \\ 0 = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$

Ce système étant impossible, il n'admet aucune solution.

Les droites (d_1) et (d_2) ne sont donc pas sécantes.

On a montré qu'elles ne sont ni sécantes ni parallèles donc :



2. La droite (d_1) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et la droite (d_2) est

dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Leurs vecteurs directeurs n'étant pas

colinéaires, les droites ne sont pas parallèles. Étudions leur intersection :

$$\begin{cases} 1 + t' = 0 \\ 2 + 2t' = 1 + t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \iff \begin{cases} t' = -1 \\ 0 = -2 \\ t = -3 \end{cases}$$

Ce système étant impossible, il n'admet aucune solution.

Les droites (d_1) et (d_2) ne sont donc pas sécantes.

On a montré qu'elles ne sont ni sécantes ni parallèles donc :

Les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas coplanaires
--



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 =$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} =$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$,



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan.



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$.



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$. Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation,



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$. Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-2 + 2 - 5 + d = 0$



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$. Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-2 + 2 - 5 + d = 0$ et donc $d = 5$.



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$. Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-2 + 2 - 5 + d = 0$ et donc $d = 5$. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc pour équation cartésienne :



3. Considérons le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. On a :

- $\vec{n} \cdot \vec{u}_1 = -2 \times 1 + 1 \times 2 + 5 \times 0 = -2 + 2 = 0$
- $\vec{n} \cdot \vec{w} = -2 \times 2 + 1 \times (-1) + 5 \times 1 = -4 - 1 + 5 = 0$

Le vecteur $\vec{n}$ étant orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}$, il est normal à ce plan. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc une équation de la forme $-2x + y + 5z + d = 0$. Et comme le point A appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation, soit $-2 + 2 - 5 + d = 0$ et donc $d = 5$. Le plan $\mathcal{P}$ admet donc pour équation cartésienne :

$$-2x + y + 5z + 5 = 0$$



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 =$$



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = -2 \times 0 + 1 \times 1 + 5 \times 1$$



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = -2 \times 0 + 1 \times 1 + 5 \times 1 = 6$$



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = -2 \times 0 + 1 \times 1 + 5 \times 1 = 6 \neq 0$$

Le vecteur $\vec{u}_2$ n'étant pas orthogonal au vecteur $\vec{n}$,



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = -2 \times 0 + 1 \times 1 + 5 \times 1 = 6 \neq 0$$

Le vecteur $\vec{u}_2$ n'étant pas orthogonal au vecteur $\vec{n}$, la droite (d_2) n'est pas parallèle au plan $\mathcal{P}$.



4. (a) La droite (d_2) est dirigée par le vecteur $\vec{u}_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et le plan $\mathcal{P}$ admet

pour vecteur normal le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or :

$$\vec{n} \cdot \vec{u}_2 = -2 \times 0 + 1 \times 1 + 5 \times 1 = 6 \neq 0$$

Le vecteur $\vec{u}_2$ n'étant pas orthogonal au vecteur $\vec{n}$, la droite (d_2) n'est pas parallèle au plan $\mathcal{P}$. On en déduit que :

La droite (d_2) et le plan $\mathcal{P}$ sont sécants



4. (b) On vérifie que :



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) .



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$.



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$. En effet
$$-2 \times 0 + \left(-\frac{5}{3}\right) + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 5 =$$



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$. En effet
$$-2 \times 0 + \left(-\frac{5}{3}\right) + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 5 = -\frac{5}{3} - \frac{10}{3} + 5$$



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$. En effet
$$-2 \times 0 + \left(-\frac{5}{3}\right) + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 5 = -\frac{5}{3} - \frac{10}{3} + 5 = 0.$$



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$. En effet
$$-2 \times 0 + \left(-\frac{5}{3}\right) + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 5 = -\frac{5}{3} - \frac{10}{3} + 5 = 0.$$

Le point d'intersection de la droite (d_2) et du plan $\mathcal{P}$ est donc bien le point :



4. (b) On vérifie que :

- Le point F appartient à la droite (d_2) . En effet il s'agit du point de paramètre $t = -\frac{8}{3}$ dans la représentation paramétrique de l'énoncé.
- Le point F appartient au plan $\mathcal{P}$. En effet
$$-2 \times 0 + \left(-\frac{5}{3}\right) + 5 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 5 = -\frac{5}{3} - \frac{10}{3} + 5 = 0.$$

Le point d'intersection de la droite (d_2) et du plan $\mathcal{P}$ est donc bien le point :

$$F \left(0; -\frac{5}{3}; -\frac{2}{3} \right)$$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à (d_2) .



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 =$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

$$\bullet \overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0$$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

$$\bullet \overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 =$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 = -\frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 = 0$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 = -\frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 = 0$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonale à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 = -\frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est orthogonal à $\vec{u}_1$ et à $\vec{u}_2$



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 = -\frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est orthogonal à $\vec{u}_1$ et à $\vec{u}_2$ donc la droite (EF) est orthogonale à (d_1) et à (d_2) ,



5. (a) Il s'agit de montrer que la droite (EF) est orthogonal à (d_1) et à

(d_2) . On a $\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_1 = -\frac{2}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 - \frac{1}{3} \times 0 = 0$
- $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{u}_2 = -\frac{2}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 - \frac{1}{3} \times 1 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{EF}$ est orthogonal à $\vec{u}_1$ et à $\vec{u}_2$ donc la droite (EF) est orthogonale à (d_1) et à (d_2) , on en déduit que :

La distance EF est la distance entre les droites (d_1) et (d_2)



5. (b) On a :

$$EF =$$



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2}$$



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}}$$



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}}$$



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

La distance entre les droites (d_1) et (d_2) est donc :



5. (b) On a :

$$EF = \sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

La distance entre les droites (d_1) et (d_2) est donc :

$$\boxed{EF = \frac{\sqrt{6}}{3}}$$

