Métropole - 11 septembre 2024 (remplacement)

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1

1. (a) On a :

Exercice 1

1. (a) On a :

$$\boxed{D(0\,;1\,;0)}$$

Exercice 1

1. (a) On a :

$$\boxed{D(0\,;1\,;0)} \qquad \boxed{B(1\,;0\,;0)}$$

1. (a) On a :

$$\boxed{D(0\,;\,1\,;\,0)} \qquad \boxed{B(1\,;\,0\,;\,0)} \qquad \boxed{I\left(\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\,;\,0\right)}$$

Exercice 1

1. (a) On a :

$\boxed{D(0\,;1\,;0)}$ $\boxed{B(1\,;0\,;0)}$ $\boxed{I\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,;0\right)}$ $\boxed{G(1\,;1\,;1)}$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$,

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix} 1-\dfrac{1}{2} \\ 1-\dfrac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\ 1-\dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\[2mm] 1-\dfrac{1}{2}\\[2mm] 1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\[2mm] \dfrac{1}{2}\\[2mm] 1\end{pmatrix}$ puis $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8}\\[2mm] \dfrac{3}{8}\\[2mm] \dfrac{3}{4}\end{pmatrix}$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\ 1-\dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ puis $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8}\\ \dfrac{3}{8}\\ \dfrac{3}{4}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{IL}\begin{pmatrix}x_L-\dfrac{1}{2}\\ y_L-\dfrac{1}{2}\\ z_L\end{pmatrix}$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\frac{1}{2}\\1-\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ puis $\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\frac{3}{8}\\\frac{3}{8}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{IL}\begin{pmatrix}x_L-\frac{1}{2}\\y_L-\frac{1}{2}\\z_L\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}\iff$$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\1-\dfrac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\\dfrac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ puis $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8}\\\dfrac{3}{8}\\\dfrac{3}{4}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{IL}\begin{pmatrix}x_L-\dfrac{1}{2}\\y_L-\dfrac{1}{2}\\z_L\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}\iff\begin{cases}x_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\y_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\z_L=\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\1-\dfrac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\\dfrac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ puis $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8}\\\dfrac{3}{8}\\\dfrac{3}{4}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{IL}\begin{pmatrix}x_L-\dfrac{1}{2}\\y_L-\dfrac{1}{2}\\z_L\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}\iff\begin{cases}x_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\y_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\z_L=\dfrac{3}{4}\end{cases}\iff\begin{cases}x_L=\dfrac{7}{8}\\y_L=\dfrac{7}{8}\\z_L=\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

1. (b) Soit $(x_L\,;\,y_L\,;\,z_L)$, on a $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}1-\dfrac{1}{2}\\ 1-\dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ puis $\dfrac{3}{4}\overrightarrow{IG}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{8}\\ \dfrac{3}{8}\\ \dfrac{3}{4}\end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{IL}\begin{pmatrix}x_L-\dfrac{1}{2}\\ y_L-\dfrac{1}{2}\\ z_L\end{pmatrix}$ d'où :

$$\overrightarrow{IL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{IG}\iff\begin{cases}x_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\ y_L-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}\\ z_L=\dfrac{3}{4}\end{cases}\iff\begin{cases}x_L=\dfrac{7}{8}\\ y_L=\dfrac{7}{8}\\ z_L=\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

Soit :

$$\boxed{L\left(\frac{7}{8}\,;\,\frac{7}{8}\,;\,\frac{3}{4}\right)}$$

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
   - $1 + 0 - 0 - 1 = 0$

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
   - $1 + 0 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
   - $1 + 0 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
   - $0 + 1 - 0 - 1 = 0$

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
    - $1+0-0-1=0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
    - $0+1-0-1=0$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation.

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
    - $1 + 0 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
    - $0 + 1 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation.
    - $1 + 1 - 1 - 1 = 0$

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.
   - $1 + 0 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
   - $0 + 1 - 0 - 1 = 0$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation.
   - $1 + 1 - 1 - 1 = 0$ donc les coordonnées de G vérifient l'équation.

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.

   - $1+0-0-1=0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
   - $0+1-0-1=0$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation.
   - $1+1-1-1=0$ donc les coordonnées de G vérifient l'équation.

   Les coordonnées des trois points vérifient l'équation donc une équation du plan (BDG) est :

2. Il suffit de vérifier que les coordonnées des points B, D et G vérifient l'équation donnée.

   - $1+0-0-1=0$ donc les coordonnées de B vérifient l'équation.
   - $0+1-0-1=0$ donc les coordonnées de D vérifient l'équation.
   - $1+1-1-1=0$ donc les coordonnées de G vérifient l'équation.

   Les coordonnées des trois points vérifient l'équation donc une équation du plan (BDG) est :

$$\boxed{x+y-z-1=0}$$

3. (a) D'après son équation cartésienne, le plan (BDG) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$

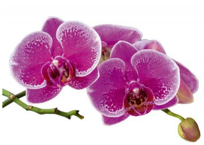
3. (a) D'après son équation cartésienne, le plan (BDG) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ et comme la droite Δ est perpendiculaire au plan (BDG), elle admet le vecteur $\overrightarrow{n}$ pour vecteur directeur.

3. (a) D'après son équation cartésienne, le plan (BDG) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ et comme la droite Δ est perpendiculaire au plan (BDG), elle admet le vecteur $\overrightarrow{n}$ pour vecteur directeur. De plus, elle passe par le point $L\left(\frac{7}{8}\,;\,\frac{7}{8}\,;\,\frac{3}{4}\right)$.

3. (a) D'après son équation cartésienne, le plan (BDG) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ et comme la droite Δ est perpendiculaire au plan (BDG), elle admet le vecteur $\overrightarrow{n}$ pour vecteur directeur. De plus, elle passe par le point $L\left(\dfrac{7}{8}\,;\,\dfrac{7}{8}\,;\,\dfrac{3}{4}\right)$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. (a) D'après son équation cartésienne, le plan (BDG) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ et comme la droite Δ est perpendiculaire au plan (BDG), elle admet le vecteur $\overrightarrow{n}$ pour vecteur directeur. De plus, elle passe par le point $L\left(\frac{7}{8}\,;\frac{7}{8}\,;\frac{3}{4}\right)$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = \dfrac{7}{8} + t \\ y = \dfrac{7}{8} + t \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}. \\ z = \dfrac{3}{4} - t \end{cases}}$$



3. (b) Le point $K\left(0\,;0\,;\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE).

3. (b) Le point $K\left(0\,;\,0\,;\,\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE). Il appartient également à la droite Δ

3. (b) Le point $K\left(0\,;\,0\,;\,\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE). Il appartient également à la droite Δ car c'est le point de paramètre $t = -\dfrac{7}{8}$ dans la représentation paramétrique précédente.

3. (b) Le point $K\left(0\,;0\,;\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE). Il appartient également à la droite Δ car c'est le point de paramètre $t=-\dfrac{7}{8}$ dans la représentation paramétrique précédente. Le point K appartient donc à la fois à la droite (AE) et à la droite Δ

3. (b) Le point $K\left(0\,;\,0\,;\,\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE). Il appartient également à la droite Δ car c'est le point de paramètre $t=-\dfrac{7}{8}$ dans la représentation paramétrique précédente. Le point K appartient donc à la fois à la droite (AE) et à la droite Δ et, comme ces droites ne sont pas confondues, on en déduit que :

3. (b) Le point $K\left(0\,;0\,;\dfrac{13}{8}\right)$ appartient évidemment à l'axe (AE). Il appartient également à la droite Δ car c'est le point de paramètre $t=-\dfrac{7}{8}$ dans la représentation paramétrique précédente. Le point K appartient donc à la fois à la droite (AE) et à la droite Δ et, comme ces droites ne sont pas confondues, on en déduit que :

$$\boxed{\text{les droites } \Delta \text{ et } (AE) \text{ sont sécantes au point } K \text{ de coordonnées } \left(0\,;0\,;\dfrac{13}{8}\right)}$$

3. (c) Le point L est le point d'intersection du plan (BDG) et de la droite Δ perpendiculaire au plan (BDG) passant par K.

3. (c) Le point L est le point d'intersection du plan (BDG) et de la droite Δ perpendiculaire au plan (BDG) passant par K. On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le point } L \text{ est le projeté orthogonal du point } K \text{ sur le plan } (BDG)}$$

4. (a) On a :

$$KL =$$

4. (a) On a :

$$KL = \sqrt{\left(\frac{7}{8} - 0\right)^2 + \left(\frac{7}{8} - 0\right)^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{13}{8}\right)^2}$$

4. (a) On a :

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{\left(\frac{7}{8} - 0\right)^2 + \left(\frac{7}{8} - 0\right)^2 + \left(\frac{3}{4} - \frac{13}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2 + \left(\frac{7}{8}\right)^2 + \left(-\frac{7}{8}\right)^2} \end{aligned}$$

4. (a) On a :

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{13}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(-\frac{7}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{49}{64}+\frac{49}{64}+\frac{49}{64}} \end{aligned}$$

4. (a) On a :

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{13}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(-\frac{7}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{49}{64}+\frac{49}{64}+\frac{49}{64}} \\ &= \sqrt{\frac{147}{64}} \end{aligned}$$

4. (a) On a :

$$\begin{aligned}KL &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{13}{8}\right)^2}\\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(-\frac{7}{8}\right)^2}\\ &= \sqrt{\frac{49}{64}+\frac{49}{64}+\frac{49}{64}}\\ &= \sqrt{\frac{147}{64}}\\ &= \frac{7\sqrt{3}}{8}\end{aligned}$$

4. (a) On a :

$$\begin{aligned} KL &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{7}{8}-0\right)^2+\left(\frac{3}{4}-\frac{13}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(\frac{7}{8}\right)^2+\left(-\frac{7}{8}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{49}{64}+\frac{49}{64}+\frac{49}{64}} \\ &= \sqrt{\frac{147}{64}} \\ &= \frac{7\sqrt{3}}{8} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{KL = \frac{7\sqrt{3}}{8}}$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I,

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$.

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2}$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

D'où :

$$\mathscr{A}_{GBD} =$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

D'où :

$$\mathscr{A}_{GBD} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}}}{2}$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

D'où :

$$\mathscr{A}_{GBD} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

D'où :

$$\mathscr{A}_{GBD} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

L'aire du triangle BDG est donc bien :

4. (b) Le triangle DBG étant équilatéral, le pied de la hauteur issue de G est le point I, son aire est donc $\mathscr{A}_{GBD} = \dfrac{BD \times GI}{2}$. Or on a :

$$BD = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad GI = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

D'où :

$$\mathscr{A}_{GBD} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

L'aire du triangle BDG est donc bien :

$$\boxed{\mathscr{A}_{GBD} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

$$\mathscr{V} =$$

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times KL$$

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times KL = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{7\sqrt{3}}{8}$$

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

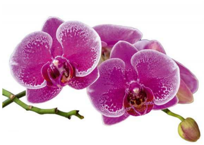
$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times KL = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{7\sqrt{3}}{8} = \frac{7}{16}$$

4. (c) Le volume du tétraèdre $KDBG$ est donc :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times KL = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{7\sqrt{3}}{8} = \frac{7}{16}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{V} = \frac{7}{16}}$$



5. (a) La pyramide $ABCDK_a$ est une pyramide à base carrée, dont la base est le carré $ABCD$ d'aire égale à 1 et la hauteur est $AK_a = a$.

5. (a) La pyramide $ABCDK_a$ est une pyramide à base carrée, dont la base est le carré $ABCD$ d'aire égale à 1 et la hauteur est $AK_a = a$. Son volume est donc :

$$\boxed{\mathscr{V}_a = \frac{1}{3}a}$$

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a.

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 \Longleftrightarrow$$

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 \iff t' + t' + t' - a - 1 = 0$$

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$\begin{aligned} t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 &\iff t' + t' + t' - a - 1 = 0 \\ &\iff 3t' = a + 1 \end{aligned}$$

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$\begin{aligned} t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 &\iff t' + t' + t' - a - 1 = 0 \\ &\iff 3t' = a + 1 \\ &\iff t' = \frac{a+1}{3} \end{aligned}$$

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$\begin{aligned} t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 &\iff t' + t' + t' - a - 1 = 0 \\ &\iff 3t' = a + 1 \\ &\iff t' = \frac{a+1}{3} \end{aligned}$$

Le point L_a est donc le point de paramètre $t' = \dfrac{a+1}{3}$,

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$\begin{aligned} t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 &\iff t' + t' + t' - a - 1 = 0 \\ &\iff 3t' = a + 1 \\ &\iff t' = \frac{a+1}{3} \end{aligned}$$

Le point L_a est donc le point de paramètre $t' = \dfrac{a+1}{3}$, soit le point de coordonnées $\left(\dfrac{a+1}{3}\,;\,\dfrac{a+1}{3}\,;\,-\dfrac{a+1}{3} + a\right)$,

5. (b) Déterminons les coordonnées du point L_a, intersection du plan (BDG) et de la droite Δ_a. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de Δ_a dans l'équation cartésienne du plan (BDG) :

$$\begin{aligned} t' + t' - (-t' + a) - 1 = 0 &\iff t' + t' + t' - a - 1 = 0 \\ &\iff 3t' = a + 1 \\ &\iff t' = \frac{a+1}{3} \end{aligned}$$

Le point L_a est donc le point de paramètre $t' = \dfrac{a+1}{3}$, soit le point de coordonnées $\left(\dfrac{a+1}{3}\,;\,\dfrac{a+1}{3}\,;\,-\dfrac{a+1}{3}+a\right)$, d'où :

$$\boxed{L_a\left(\frac{a+1}{3}\,;\,\frac{a+1}{3}\,;\,\frac{2a-1}{3}\right)}$$

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a.

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG).

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_aL_a$$

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_aL_a$$

Or :

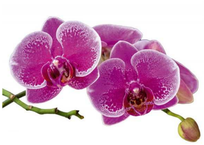
$$K_aL_a =$$

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_a L_a$$

Or :

$$K_a L_a = \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a-1}{3} - a\right)^2}$$



5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_aL_a$$

Or :

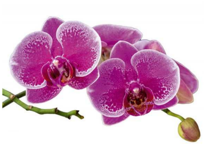
$$\begin{aligned} K_aL_a &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a-1}{3} - a\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-a-1}{3}\right)^2} \end{aligned}$$

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_aL_a$$

Or :

$$\begin{aligned}
K_aL_a &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a-1}{3} - a\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-a-1}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{3 \times \left(\frac{a+1}{3}\right)^2}
\end{aligned}$$



5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_a L_a$$

Or :

$$\begin{aligned}
K_a L_a &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a-1}{3} - a\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-a-1}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{3 \times \left(\frac{a+1}{3}\right)^2} \\
&= \frac{(a+1)\sqrt{3}}{3}
\end{aligned}$$

5. (c) On peut remarquer que la droite Δ_a est la droite perpendiculaire au plan (BDG) passant par K_a. Le point L_a est donc le projeté orthogonal de K_a sur (BDG). Le volume du tétraèdre $GBDK_a$ est donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{GBD} \times K_aL_a$$

Or :

$$\begin{aligned} K_aL_a &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2a-1}{3} - a\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{a+1}{3}\right)^2 + \left(\frac{-a-1}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{3 \times \left(\frac{a+1}{3}\right)^2} \\ &= \frac{(a+1)\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

donc :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{(a+1)\sqrt{3}}{3} = \frac{a+1}{6}$$

On a alors :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a \Longleftrightarrow$$

On a alors :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a \Longleftrightarrow \frac{a+1}{6} = \frac{1}{3}a$$

On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a &\iff \frac{a+1}{6} = \frac{1}{3}a \\ &\iff 2a = a+1\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a &\iff \frac{a+1}{6} = \frac{1}{3}a \\ &\iff 2a = a+1 \\ &\iff a = 1\end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a \iff \frac{a+1}{6} = \frac{1}{3}a$$
$$\iff 2a = a + 1$$
$$\iff a = 1$$

Le tétraèdre $GBDK_a$ et la pyramide $ABCDK_a$ sont donc de même volume si et seulement si :

On a alors :

$$\mathscr{V}_{GBDK_a} = \mathscr{V}_a \iff \frac{a+1}{6} = \frac{1}{3}a$$
$$\iff 2a = a+1$$
$$\iff a = 1$$

Le tétraèdre $GBDK_a$ et la pyramide $ABCDK_a$ sont donc de même volume si et seulement si :

$$\boxed{a = 1}$$

Exercice 2 - Partie A

Exercice 2 - Partie A

1. (a) Le polynôme $1 - x^2$ admet pour racines -1 et 1 et il est positif à l'intérieur de l'intervalle des racines.

Exercice 2 - Partie A

1. (a) Le polynôme $1 - x^2$ admet pour racines -1 et 1 et il est positif à l'intérieur de l'intervalle des racines. On a donc, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, $1 - x^2 \geqslant 0$.

Exercice 2 - Partie A

1. (a) Le polynôme $1 - x^2$ admet pour racines -1 et 1 et il est positif à l'intérieur de l'intervalle des racines. On a donc, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, $1 - x^2 \geqslant 0$. Et comme $\mathrm{e}^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$,

Exercice 2 - Partie A

1. (a) Le polynôme $1 - x^2$ admet pour racines -1 et 1 et il est positif à l'intérieur de l'intervalle des racines. On a donc, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, $1 - x^2 \geqslant 0$. Et comme $\mathrm{e}^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$:

Exercice 2 - Partie A

1. (a) Le polynôme $1 - x^2$ admet pour racines -1 et 1 et il est positif à l'intérieur de l'intervalle des racines. On a donc, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, $1 - x^2 \geqslant 0$. Et comme $\mathrm{e}^x > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a, pour tout $x \in [-1\,;\,1]$:

$$\boxed{f(x) \geqslant 0}$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_{-1}^{1} (1 - x^2)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x =$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\int_{-1}^{1} (1 - x^2)\mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x = \left[(1 - x^2)\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} -2x\mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \left[(1 - x^2)\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} -2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= (1-1)\mathrm{e}^1 - (1-1)\mathrm{e}^{-1} + \int_{-1}^{1} 2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} (1-x^2)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \Big[(1-x^2)\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} -2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= (1-1)\mathrm{e}^1 - (1-1)\mathrm{e}^{-1} + \int_{-1}^{1} 2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= 2\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

1. (b) Pour tout $x \in [-1\,;\,1]$, posons :

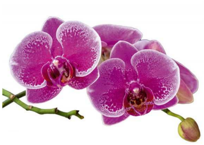
$$\begin{cases} u(x) = 1 - x^2 \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = -2x \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} (1 - x^2)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \Big[(1 - x^2)\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} -2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= (1 - 1)\mathrm{e}^1 - (1 - 1)\mathrm{e}^{-1} + \int_{-1}^{1} 2x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= 2\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\int_{-1}^{1} f(x) \,\mathrm{d}x = 2\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x}$$



2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente.

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties.

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

On a alors :

$$\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x =$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

On a alors :

$$\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x = \Big[x\mathrm{e}^{x}\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x &= \Big[x\mathrm{e}^{x}\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^{1} + \mathrm{e}^{-1} - \Big[\mathrm{e}^{x}\Big]_{-1}^{1} \end{aligned}$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \left[x\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^1 + \mathrm{e}^{-1} - \left[\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^{-1}) \end{aligned}$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x &= \left[x\mathrm{e}^{x}\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^{1} + \mathrm{e}^{-1} - \left[\mathrm{e}^{x}\right]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^{1} - \mathrm{e}^{-1}) \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \Big[x\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^1 + \mathrm{e}^{-1} - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^{-1}) \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V} =$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \Big[x\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^1 + \mathrm{e}^{-1} - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^{-1}) \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V} = 3 \times S$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^{x} \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x &= \Big[x\mathrm{e}^{x}\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x \\
&= \mathrm{e}^{1} + \mathrm{e}^{-1} - \Big[\mathrm{e}^{x}\Big]_{-1}^{1} \\
&= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^{1} - \mathrm{e}^{-1}) \\
&= 2\mathrm{e}^{-1}
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V} = 3 \times S = 3 \times 2 \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x &= \Big[x\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^1 + \mathrm{e}^{-1} - \Big[\mathrm{e}^x\Big]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^{-1}) \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V} = 3 \times S = 3 \times 2 \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = 12\mathrm{e}^{-1}$$

2. L'aire S est égale à l'intégrale précédente. Calculons l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$ à l'aide d'une intégration par parties. Posons :

$$\begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = \mathrm{e}^x \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = \mathrm{e}^x \end{cases}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x &= \left[x\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x \\ &= \mathrm{e}^1 + \mathrm{e}^{-1} - \left[\mathrm{e}^x\right]_{-1}^{1} \\ &= \mathrm{e} + \mathrm{e}^{-1} - (\mathrm{e}^1 - \mathrm{e}^{-1}) \\ &= 2\mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\mathscr{V} = 3 \times S = 3 \times 2\int_{-1}^{1} x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = 12\mathrm{e}^{-1}$$

$$\boxed{\mathscr{V} \approx 4,4 \text{ cm}^3}$$

Partie B

1. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{q \to +\infty} B(q) = -\infty}$$

Partie B

1. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{q \to +\infty} B(q) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{q \to +\infty} (8q^2) = +\infty \\ \lim\limits_{q \to +\infty} (2 - 3\ln(q)) = -\infty \end{cases}$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$B'(q) =$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$B'(q) = 16q(2 - 3\ln(q)) + 8q^2 \times \left(-\frac{3}{q}\right)$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} B'(q) &= 16q(2-3\ln(q)) + 8q^2 \times \left(-\frac{3}{q}\right) \\ &= 16q(2-3\ln(q)) - 24q \end{aligned}$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned}B'(q) &= 16q(2-3\ln(q)) + 8q^2 \times \left(-\frac{3}{q}\right)\\ &= 16q(2-3\ln(q)) - 24q\\ &= 8q(4-6\ln(q)-3)\end{aligned}$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned}
B'(q) &= 16q(2-3\ln(q)) + 8q^2 \times \left(-\frac{3}{q}\right) \\
&= 16q(2-3\ln(q)) - 24q \\
&= 8q(4-6\ln(q)-3) \\
&= 8q(1-6\ln(q))
\end{aligned}$$

1. (b) La fonction B est dérivable sur $[0,01\,;+\infty[$ et, pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} B'(q) &= 16q(2-3\ln(q)) + 8q^2 \times \left(-\frac{3}{q}\right) \\ &= 16q(2-3\ln(q)) - 24q \\ &= 8q(4-6\ln(q)-3) \\ &= 8q(1-6\ln(q)) \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{B'(q) = 8q(1-6\ln(q))}$$

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q > 0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1 - 6\ln(q)$.

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q > 0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1-6\ln(q)$. On a :

$$1-6\ln(q) \geqslant 0 \Longleftrightarrow$$

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q>0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1-6\ln(q)$. On a :

$$1-6\ln(q) \geqslant 0 \Longleftrightarrow 6\ln(q) \leqslant 1$$

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q > 0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1 - 6\ln(q)$. On a :

$$\begin{aligned} 1 - 6\ln(q) \geqslant 0 &\Longleftrightarrow 6\ln(q) \leqslant 1 \\ &\Longleftrightarrow \ln(q) \leqslant \frac{1}{6} \end{aligned}$$

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q > 0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1 - 6\ln(q)$. On a :

$$\begin{aligned} 1 - 6\ln(q) \geqslant 0 &\iff 6\ln(q) \leqslant 1 \\ &\iff \ln(q) \leqslant \frac{1}{6} \\ &\iff q \leqslant \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q>0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1-6\ln(q)$. On a :

$$\begin{aligned}1-6\ln(q)\geqslant 0 &\iff 6\ln(q)\leqslant 1\\ &\iff \ln(q)\leqslant \frac{1}{6}\\ &\iff q\leqslant \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\end{aligned}$$

On a alors la tableau :

1. (c) Pour tout $q \in [0,01\,;+\infty[$, $q > 0$ donc $B'(q)$ est du signe de $1 - 6\ln(q)$. On a :

$$\begin{aligned} 1 - 6\ln(q) \geqslant 0 &\iff 6\ln(q) \leqslant 1 \\ &\iff \ln(q) \leqslant \frac{1}{6} \\ &\iff q \leqslant \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \end{aligned}$$

On a alors la tableau :

q	0.01		$\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$		$+\infty$
$B'(q)$		$+$	0	$-$	
$B(q)$	$B(0.01)$	$\nearrow$	$B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

De plus, on a :

$$B(0,01) =$$

De plus, on a :

$$B(0,01) = 0,0008(2 - 3\ln(0,01)) - 3$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2-3\ln(0,01))-3 \\ &= 0,0024\ln(100)-2,9984 \end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2-3\ln(0,01))-3 \\ &= 0,0024\ln(100)-2,9984 \\ &\approx -2,9873 \end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned}
B(0,01) &= 0,0008(2 - 3\ln(0,01)) - 3 \\
&= 0,0024\ln(100) - 2,9984 \\
&\approx -2,9873
\end{aligned}$$

Et :

$$B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right) =$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2-3\ln(0,01))-3 \\ &= 0,0024\ln(100)-2,9984 \\ &\approx -2,9873 \end{aligned}$$

Et :

$$B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right) = 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}(2-3\ln(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}))-3$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2-3\ln(0,01))-3 \\ &= 0,0024\ln(100)-2,9984 \\ &\approx -2,9873 \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right) &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}(2-3\ln(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}))-3 \\ &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}\left(2-3\times\frac{1}{6}\right)-3 \end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2 - 3\ln(0,01)) - 3 \\ &= 0,0024\ln(100) - 2,9984 \\ &\approx -2,9873 \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right) &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}(2 - 3\ln(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}})) - 3 \\ &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}\left(2 - 3 \times \frac{1}{6}\right) - 3 \\ &= 12\mathrm{e}^{\frac{1}{3}} - 3 \end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} B(0,01) &= 0,0008(2-3\ln(0,01))-3 \\ &= 0,0024\ln(100)-2,9984 \\ &\approx -2,9873 \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} B\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}\right) &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}(2-3\ln(\mathrm{e}^{\frac{1}{6}}))-3 \\ &= 8\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}\left(2-3\times\frac{1}{6}\right)-3 \\ &= 12\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}-3 \\ &\approx 13,7 \end{aligned}$$

1. (d) Le bénéfice est maximal pour $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \approx 1,18$

1. (d) Le bénéfice est maximal pour $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \approx 1,18$ (soit environ 118 bonbons)

1. (d) Le bénéfice est maximal pour $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \approx 1,18$ (soit environ 118 bonbons) et ce bénéfice, en dizaine d'euros, est égal à $12\mathrm{e}^{\frac{1}{3}} - 3$

1. (d) Le bénéfice est maximal pour $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{6}} \approx 1,18$ (soit environ 118 bonbons) et ce bénéfice, en dizaine d'euros, est égal à
$12\mathrm{e}^{\frac{1}{3}} - 3 \approx 13,7$

1. (d) Le bénéfice est maximal pour $q = e^{\frac{1}{6}} \approx 1,18$ (soit environ 118 bonbons) et ce bénéfice, en dizaine d'euros, est égal à $12e^{\frac{1}{3}} - 3 \approx 13,7$ soit environ :

$$\boxed{137 \text{ euros}}$$

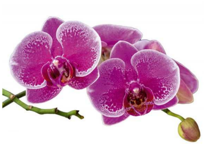
2. (a) On peut remarquer que $1,2 > e^{\frac{1}{6}}$.

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante.

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$.

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$. Or $10 \in]-\infty\,; B(1,2)]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$. Or $10 \in]-\infty\,; B(1,2)]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(q) = 10$ admet une unique solution β sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$.



2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$. Or $10 \in]-\infty\,; B(1,2)]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(q) = 10$ admet une unique solution β sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$. Et on a :

- $B(1,558) \approx 10,007 > 10$

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$. Or $10 \in]-\infty\,; B(1,2)]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(q) = 10$ admet une unique solution β sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$. Et on a :

- $B(1,558) \approx 10,007 > 10$
- $B(1,559) \approx 9,986 < 10$

2. (a) On peut remarquer que $1,2 > \mathrm{e}^{\frac{1}{6}}$. Sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$, la fonction B est continue et strictement décroissante. De plus $B(1,2) \approx 13,7$ et $\lim\limits_{q \to +\infty} B(q) = -\infty$. Or $10 \in]-\infty\,; B(1,2)]$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $B(q) = 10$ admet une unique solution β sur l'intervalle $[1,2\,;+\infty[$. Et on a :

- $B(1,558) \approx 10,007 > 10$
- $B(1,559) \approx 9,986 < 10$

On en déduit que :

$$\boxed{1,558 < \beta < 1,559}$$

2. (b) En utilisant le sens de variation de B et le fait que l'équation $B(q) = 10$ admet pour solutions α et β,

2. (b) En utilisant le sens de variation de B et le fait que l'équation $B(q) = 10$ admet pour solutions α et β, on en déduit que l'inéquation $B(q) \geqslant 10$ admet pour ensemble solution l'intervalle $[\alpha\,;\,\beta]$.

2. (b) En utilisant le sens de variation de B et le fait que l'équation $B(q) = 10$ admet pour solutions α et β, on en déduit que l'inéquation $B(q) \geqslant 10$ admet pour ensemble solution l'intervalle $[\alpha\,;\,\beta]$. Le bénéfice est donc supérieur à 100 euros lorsqu'il vend :

$$\boxed{\text{Entre 78 et 155 bonbons}}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$w_{n+1} =$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$w_{n+1} = t_{n+1} - 10$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \end{aligned}$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \\ &= -0,8t_n + 8 \end{aligned}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \\ &= -0,8t_n + 8 \\ &= -0,8(t_n - 10) \end{aligned}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \\ &= -0,8t_n + 8 \\ &= -0,8(t_n - 10) \\ &= -0,8w_n \end{aligned}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} w_{n+1} &= t_{n+1} - 10 \\ &= -0,8t_n + 18 - 10 \\ &= -0,8t_n + 8 \\ &= -0,8(t_n - 10) \\ &= -0,8w_n \end{aligned}$$

   La suite (w_n) est donc géométrique de raison $-0,8$.

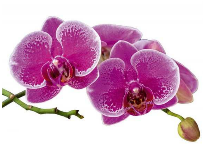
2. **Affirmation 2 : Vrai**

2. **Affirmation 2 : Vrai**
   Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a, en multipliant par $\dfrac{1}{n}$ qui est positif :

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a, en multipliant par $\dfrac{1}{n}$ qui est positif :

$$\frac{3n-4}{n} \leqslant \frac{S_n}{n} \leqslant \frac{3n+4}{n}$$



2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a, en multipliant par $\dfrac{1}{n}$ qui est positif :

$$\frac{3n-4}{n} \leqslant \frac{S_n}{n} \leqslant \frac{3n+4}{n}$$

Soit :

$$3 - \frac{4}{n} \leqslant u_n \leqslant 3 + \frac{4}{n}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a, en multipliant par $\dfrac{1}{n}$ qui est positif :

$$\frac{3n-4}{n} \leqslant \frac{S_n}{n} \leqslant \frac{3n+4}{n}$$

Soit :

$$3 - \frac{4}{n} \leqslant u_n \leqslant 3 + \frac{4}{n}$$

Or $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(3 - \frac{4}{n}\right) = \lim_{n \to +\infty} \left(3 + \frac{4}{n}\right) = 3$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a, en multipliant par $\dfrac{1}{n}$ qui est positif :

$$\frac{3n-4}{n} \leqslant \frac{S_n}{n} \leqslant \frac{3n+4}{n}$$

Soit :

$$3 - \frac{4}{n} \leqslant u_n \leqslant 3 + \frac{4}{n}$$

Or $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(3 - \frac{4}{n}\right) = \lim_{n \to +\infty} \left(3 + \frac{4}{n}\right) = 3$ donc, d'après le théorème des gendarmes, la suite (u_n) converge vers 3.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**

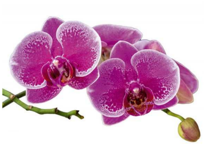
3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**

  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$.



3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$v_{n+1} =$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$v_{n+1} = 2 - \frac{1}{v_n}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\ &= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \quad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \end{aligned}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

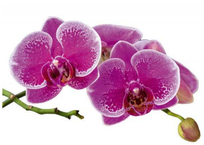
- **Initialisation :**
Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\ &= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \quad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 - \frac{n}{n+1} \end{aligned}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\ &= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \quad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \\ &= 2 - \frac{n}{n+1} \\ &= \frac{2(n+1)}{n+1} - \frac{n}{n+1} \end{aligned}$$



3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned}
v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\
&= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \qquad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2(n+1)}{n+1} - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2n+2-n}{n+1}
\end{aligned}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned}
v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\
&= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \qquad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2(n+1)}{n+1} - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2n+2-n}{n+1} \\
&= \frac{n+2}{n+1}
\end{aligned}$$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- **Initialisation :**
  Pour $n = 1$, on a d'une part $u_1 = 2$ et d'autre part $\dfrac{1+1}{1} = 2$. La propriété est donc vraie au rang $n = 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \geqslant 1$, c'est-à-dire $v_n = \dfrac{n+1}{n}$, on a alors :

$$\begin{aligned}
v_{n+1} &= 2 - \frac{1}{v_n} \\
&= 2 - \frac{1}{\frac{n+1}{n}} \qquad \textit{(par hypothèse de récurrence)} \\
&= 2 - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2(n+1)}{n+1} - \frac{n}{n+1} \\
&= \frac{2n+2-n}{n+1} \\
&= \frac{n+2}{n+1}
\end{aligned}$$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 1$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \geqslant 1$.

4. **Affirmation 4 : Faux**

4. **Affirmation 4 : Faux**
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n =$$

4. **Affirmation 4 : Faux**
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \mathrm{e}^n - n$$

4. **Affirmation 4 : Faux**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \mathrm{e}^n - n = n\left(\frac{\mathrm{e}^n}{n} - 1\right)$$

4. **Affirmation 4 : Faux**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \mathrm{e}^n - n = n\left(\frac{\mathrm{e}^n}{n} - 1\right)$$

Or, par croissances comparées, $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \frac{\mathrm{e}^n}{n} = +\infty$

4. **Affirmation 4 : Faux**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = \mathrm{e}^n - n = n\left(\frac{\mathrm{e}^n}{n} - 1\right)$$

Or, par croissances comparées, $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\mathrm{e}^n}{n} = +\infty$ donc la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.

5. **Affirmation 5 : Vrai**

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$,

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l.

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l. De plus, cette suite est définie par la relation $u_{n+1} = 0,5\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$,

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l. De plus, cette suite est définie par la relation $u_{n+1} = 0,5\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$, c'est-à-dire par la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = 0,5\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$.

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l. De plus, cette suite est définie par la relation $u_{n+1} = 0,5\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$, c'est-à-dire par la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = 0,5\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$. La fonction f étant continue sur $\mathbb{R}^*$,

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l. De plus, cette suite est définie par la relation $u_{n+1} = 0,5\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$, c'est-à-dire par la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = 0,5\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$. La fonction f étant continue sur $\mathbb{R}^*$, on sait que l est un point fixe de f,

5. **Affirmation 5 : Vrai**
La suite (u_n) est décroissante et minorée par $\sqrt{2}$, on en déduit qu'elle est convergente vers une limite l. De plus, cette suite est définie par la relation $u_{n+1} = 0,5\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$, c'est-à-dire par la relation $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie par $f(x) = 0,5\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$. La fonction f étant continue sur $\mathbb{R}^*$, on sait que l est un point fixe de f, c'est-à-dire une solution de l'équation $f(x) = x$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$f(x) = x \iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$f(x) = x \iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x$$
$$\iff x + \frac{2}{x} = 2x$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\ &\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\ &\iff x - \frac{2}{x} = 0 \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\ &\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\ &\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\ &\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\ &\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\ &\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\ &\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \\ &\iff x^2 = 2 \end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\
&\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\
&\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\
&\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \\
&\iff x^2 = 2 \\
&\iff x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\
&\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\
&\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\
&\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \\
&\iff x^2 = 2 \\
&\iff x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Et comme $\sqrt{2} \leqslant u_n \leqslant 2$,

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\
&\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\
&\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\
&\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \\
&\iff x^2 = 2 \\
&\iff x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Et comme $\sqrt{2} \leqslant u_n \leqslant 2$, la suite (u_n) ne peut pas converger vers $-\sqrt{2}$,

Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$:

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 0,5\left(x + \frac{2}{x}\right) = x \\
&\iff x + \frac{2}{x} = 2x \\
&\iff x - \frac{2}{x} = 0 \\
&\iff \frac{x^2 - 2}{x} = 0 \\
&\iff x^2 = 2 \\
&\iff x = \sqrt{2} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{2}
\end{aligned}$$

Et comme $\sqrt{2} \leqslant u_n \leqslant 2$, la suite (u_n) ne peut pas converger vers $-\sqrt{2}$, elle converge donc vers $\sqrt{2}$.

Exercice 4 - Partie A

1. On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (choisir un cachet non conforme) est égale à $0,02$.

Exercice 4 - Partie A

1. On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (choisir un cachet non conforme) est égale à $0,02$. La variable aléatoire N compte le nombre de succès donc :

Exercice 4 - Partie A

1. On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès (choisir un cachet non conforme) est égale à $0,02$. La variable aléatoire N compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{N \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 100 \text{ et } p = 0,02}$$

2. L'espérance de N est donnée par la formule
$E(N) = n \times p$

2. L'espérance de N est donnée par la formule
$E(N) = n \times p = 100 \times 0,02$

2. L'espérance de N est donnée par la formule
$E(N) = n \times p = 100 \times 0,02 = 2$

2. L'espérance de N est donnée par la formule
$E(N) = n \times p = 100 \times 0,02 = 2$, soit :

$$\boxed{E(N) = 2}$$

2. L'espérance de N est donnée par la formule
$E(N) = n \times p = 100 \times 0,02 = 2$, soit :

$$\boxed{E(N) = 2}$$

Cela signifie qu'en moyenne, il y aura 2 cachets non conformes par boîte.

3. (a) Il s'agit de calculer $P(N = 3)$.

3. (a) Il s'agit de calculer $P(N=3)$. On obtient, à l'aide da la calculatrice, que la probabilité qu'une boîte contienne exactement 3 cachets non conformes est :

3. (a) Il s'agit de calculer $P(N = 3)$. On obtient, à l'aide da la calculatrice, que la probabilité qu'une boîte contienne exactement 3 cachets non conformes est :

$$\boxed{P(N = 3) \approx 0,182}$$

3. (b) Contenir au moins 95 cachets conforme revient à contenir au plus 5 cachets non conformes.

3. (b) Contenir au moins 95 cachets conforme revient à contenir au plus 5 cachets non conformes. Il s'agit donc de calculer $P(N \leqslant 5)$.

3. (b) Contenir au moins 95 cachets conforme revient à contenir au plus 5 cachets non conformes. Il s'agit donc de calculer $P(N \leqslant 5)$. On obtient, à l'aide da la calculatrice, que la probabilité qu'une boîte contienne au moins 95 cachets conformes :

3. (b) Contenir au moins 95 cachets conforme revient à contenir au plus 5 cachets non conformes. Il s'agit donc de calculer $P(N \leqslant 5)$. On obtient, à l'aide da la calculatrice, que la probabilité qu'une boîte contienne au moins 95 cachets conformes :

$$\boxed{P(N \leqslant 5) \approx 0,985}$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte.

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$.

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) =$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$.

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$P(X = 0) \geqslant 0,5 \iff$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$P(X = 0) \geqslant 0,5 \Longleftrightarrow 0,98^n \geqslant 0,5$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X = 0) \geqslant 0,5 &\Longleftrightarrow 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\Longleftrightarrow \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \end{aligned}$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X = 0) \geqslant 0,5 &\Longleftrightarrow 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\Longleftrightarrow \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \\ &\Longleftrightarrow n\ln\left(0,98\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \end{aligned}$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X=0) \geqslant 0,5 &\iff 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\iff \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \\ &\iff n\ln\left(0,98\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \\ &\iff n \leqslant \frac{\ln\left(0,5\right)}{\ln\left(0,98\right)} \quad \textit{(car } \ln\left(0,98\right) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X=0) \geqslant 0,5 &\iff 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\iff \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n\ln(0,98) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n \leqslant \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} \quad \textit{(car } \ln(0,98) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X = 0) \geqslant 0,5 &\iff 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\iff \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n \ln(0,98) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n \leqslant \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} \quad \textit{(car } \ln(0,98) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} \approx 34,3$

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X = 0) \geqslant 0,5 &\iff 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\iff \ln(0,98^n) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n \ln(0,98) \geqslant \ln(0,5) \\ &\iff n \leqslant \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} \quad \textit{(car } \ln(0,98) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} \approx 34,3$ donc le nombre maximal de cachets par boîte pour qu'une boîte ne contienne que des cachets conformes avec une probabilité supérieure à $0,5$ est :

4. Soit n le nombre de cachets par boîtes et X la variable aléatoire égale au nombre de cachets non conformes dans une boîte. La variable aléatoire suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,02$. La probabilité que la boîte ne contienne que des cachets conformes est $P(X = 0) = 0,98^n$. On a alors :

$$\begin{aligned} P(X = 0) \geqslant 0,5 &\iff 0,98^n \geqslant 0,5 \\ &\iff \ln\left(0,98^n\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \\ &\iff n \ln\left(0,98\right) \geqslant \ln\left(0,5\right) \\ &\iff n \leqslant \frac{\ln\left(0,5\right)}{\ln\left(0,98\right)} \quad \textit{(car } \ln\left(0,98\right) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln\left(0,5\right)}{\ln\left(0,98\right)} \approx 34,3$ donc le nombre maximal de cachets par boîte pour qu'une boîte ne contienne que des cachets conformes avec une probabilité supérieure à $0,5$ est :

$$\boxed{n = 34}$$

1. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'espérance $\mu = 2$,

Partie B

1. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'espérance $\mu = 2$, on sait que $E(S) = 100 \times 2 = 200$,

Partie B

1. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'espérance $\mu = 2$, on sait que $E(S) = 100 \times 2 = 200$, soit :

$$\boxed{E(S) = 200}$$

1. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'espérance $\mu = 2$, on sait que $E(S) = 100 \times 2 = 200$, soit :

$$\boxed{E(S) = 200}$$

Cela signifie, qu'en moyenne, la masse totale des cahcets d'une boîte sera égale à 200 grammes.

2. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'écart-type σ,

2. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'écart-type σ, on sait que son écart-type est $s = \sqrt{100} \times \sigma = 10\sigma$

2. La variable aléatoire S étant la somme de 100 variables aléatoires indépendantes suivant la même loi d'écart-type σ, on sait que son écart-type est $s = \sqrt{100} \times \sigma = 10\sigma$, soit :

$$\boxed{s = 10\sigma}$$

3. (a) On souhaite que $P(199 < S < 201) \geqslant 0,9$.

3. (a) On souhaite que $P(199 < S < 201) \geqslant 0,9$. Or :

$P(199 < S < 201) \geqslant 0,9 \Longleftrightarrow$

3. (a) On souhaite que $P(199 < S < 201) \geqslant 0,9$. Or :

$$P(199 < S < 201) \geqslant 0,9 \Longleftrightarrow P(|S - 200| < 1) \geqslant 0,9$$

3. (a) On souhaite que $P(199 < S < 201) \geqslant 0,9$. Or :

$$\begin{aligned} P(199 < S < 201) \geqslant 0,9 &\iff P(|S - 200| < 1) \geqslant 0,9 \\ &\iff P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 0,1 \quad \textit{(passage au contraire)} \end{aligned}$$

3. (a) On souhaite que $P(199 < S < 201) \geqslant 0,9$. Or :

$$\begin{aligned} P(199 < S < 201) \geqslant 0,9 &\iff P(|S-200| < 1) \geqslant 0,9 \\ &\iff P(|S-200| \geqslant 1) \leqslant 0,1 \quad \textit{(passage au contraire)} \end{aligned}$$

Cette condition est donc bien équivalente à :

$$\boxed{P(|S-200| \geqslant 1) \leqslant 0,1}$$

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$,

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

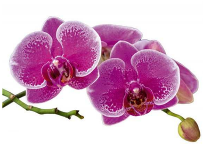
3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:



3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:

$$P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 100\sigma^2$$

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:

$$P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 100\sigma^2$$

Afin d'assurer la condition, il suffit que $100\sigma^2 \leqslant 0,1$

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:

$$P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 100\sigma^2$$

Afin d'assurer la condition, il suffit que $100\sigma^2 \leqslant 0,1$ d'où $\sigma^2 \leqslant \dfrac{0,1}{100} = 0,001$

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:

$$P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 100\sigma^2$$

Afin d'assurer la condition, il suffit que $100\sigma^2 \leqslant 0,1$ d'où $\sigma^2 \leqslant \dfrac{0,1}{100} = 0,001$ et donc $\sigma = \sqrt{0,001}$.

3. (b) On sait que $E(S) = 200$ et $V(S) = 100\sigma^2$, on a alors, d'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, pour tout $\delta > 0$:

$$P(|S - E(S)| \geqslant \delta) \leqslant \frac{V(S)}{\delta^2}$$

Soit, en prenant $\delta = 1$:

$$P(|S - 200| \geqslant 1) \leqslant 100\sigma^2$$

Afin d'assurer la condition, il suffit que $100\sigma^2 \leqslant 0,1$ d'où $\sigma^2 \leqslant \dfrac{0,1}{100} = 0,001$ et donc $\sigma = \sqrt{0,001}$. La valeur maximale de σ est donc :

$$\boxed{\sigma = \sqrt{0,001} \approx 0,0316}$$