Suède - 7 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**
  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**
  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
  $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$.

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**
  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
  $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**
  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$,
  $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) - 2f(x) =$$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**
  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$f'(x) - 2f(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\left(\mathrm{e}^{2x} - 6x + 1\right)$$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) - 2f(x) &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\left(\mathrm{e}^{2x} - 6x + 1\right) \\ &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\mathrm{e}^{2x} + 12x - 2 \end{aligned}$$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) - 2f(x) &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\left(\mathrm{e}^{2x} - 6x + 1\right) \\ &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\mathrm{e}^{2x} + 12x - 2 \\ &= 12x - 8 \end{aligned}$$

Exercice 1

- **Affirmation 1 : Faux**

  La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x} - 6$. On a alors, pour tout $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f'(x) - 2f(x) &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\left(\mathrm{e}^{2x} - 6x + 1\right) \\ &= 2\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\mathrm{e}^{2x} + 12x - 2 \\ &= 12x - 8 \end{aligned}$$

  La fonction f n'est donc pas solution de l'équation différentielle $y' - 2y = -6x + 1$.

- **Affirmation 2 : Faux**

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$.

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\frac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n =$$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\frac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}}$$

- **Affirmation 2 : Faux**

  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}}$$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}} = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}} = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$$

Or $-1 < \dfrac{3}{4} < 1$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}} = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$$

Or $-1 < \dfrac{3}{4} < 1$ donc $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} = 0$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n est égal à la somme des terme d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison $\dfrac{3}{4}$. On a donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}} = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)$$

Or $-1 < \dfrac{3}{4} < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n+1} = 0$ et donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 4$.

- **Affirmation 3 : Faux**

- **Affirmation 3 : Faux**

  L'instruction `for i in range(k)` permet de faire varier `i` entre `0` et `k-1`. Si l'on souhaite faire varier `i` entre `0` et `k`, il faut donc utiliser `for i in range(k+1)`. De plus, il faut utiliser l'indice `i` dans la boucle et non `k` (qui ne varie pas). Une fonction correcte serait donc :

```python
def suite(k) :
    S = 0
    for i in range(k+1) :
        S = S + (3/4)**i
    return S
```

- **Affirmation 4 : Vrai**

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$:

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:
$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2$$

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

  On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(1) = 0 \Longleftrightarrow$$

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(1) = 0 \Longleftrightarrow a - 2 = 0$$

- **Affirmation 4 : Vrai**
  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(1) = 0 &\iff a - 2 = 0 \\ &\iff a = 2 \end{aligned}$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{a}{x} - 2 \quad \text{et donc} \quad f'(1) = a - 2$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(1) = 0 &\Longleftrightarrow a - 2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow a = 2 \end{aligned}$$

On en déduit que pour $a = 2$, la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

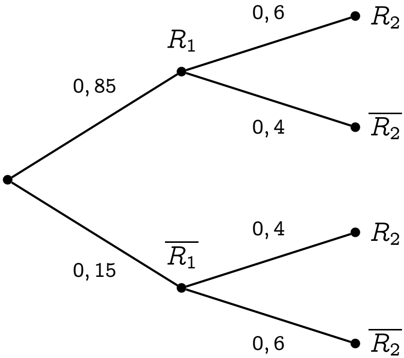
Exercice 2 - Partie A

Exercice 2 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

Exercice 2 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R_2) =$$

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R_2) = P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2)$$

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2) \\ &= 0,85 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4 \end{aligned}$$

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2) \\ &= 0,85 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4 \\ &= 0,57 \end{aligned}$$

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2) \\ &= 0,85 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4 \\ &= 0,57 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement R_2 est donc :

2. Les événements R_1 et $\overline{R_1}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_2) &= P(R_1) \times P_{R_1}(R_2) + P(\overline{R_1}) \times P_{\overline{R_1}}(R_2) \\ &= 0,85 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4 \\ &= 0,57 \end{aligned}$$

La probabilité de l'événement R_2 est donc :

$$\boxed{P(R_2) = 0,57}$$

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$P_{R_2}(\overline{R_1}) =$$

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$P_{R_2}(\overline{R_1}) = \frac{P(\overline{R_1} \cap R_2)}{P(R_2)}$$

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$P_{R_2}(\overline{R_1}) = \frac{P(\overline{R_1} \cap R_2)}{P(R_2)}$$
$$= \frac{0,15 \times 0,4}{0,57}$$

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$\begin{aligned}
P_{R_2}(\overline{R_1}) &= \frac{P(\overline{R_1} \cap R_2)}{P(R_2)} \\
&= \frac{0,15 \times 0,4}{0,57} \\
&= \frac{2}{19}
\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$\begin{aligned} P_{R_2}(\overline{R_1}) &= \frac{P(\overline{R_1} \cap R_2)}{P(R_2)} \\ &= \frac{0,15 \times 0,4}{0,57} \\ &= \frac{2}{19} \end{aligned}$$

Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, la probabilité qu'il ait raté le premier est :

3. Il s'agit de calculer $P_{R_2}(\overline{R_1})$:

$$\begin{aligned} P_{R_2}(\overline{R_1}) &= \frac{P(\overline{R_1} \cap R_2)}{P(R_2)} \\ &= \frac{0,15 \times 0,4}{0,57} \\ &= \frac{2}{19} \end{aligned}$$

Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, la probabilité qu'il ait raté le premier est :

$$\boxed{P_{R_2}(\overline{R_1}) = \frac{2}{19} \approx 0,1053}$$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z = 0) =$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2})$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) =$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2)$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4 = 0,4$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0)=P(\overline{R_1}\cap\overline{R_2})=0,15\times 0,6=0,09$
- $P(Z=1)=P(R_1\cap\overline{R_2})+P(\overline{R_1}\cap R_2)=$
  $0,85\times 0,4+0,15\times 0,4=0,4$
- $P(Z=2)=$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4 = 0,4$
- $P(Z=2) = P(R_1 \cap R_2))$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0)=P(\overline{R_1}\cap\overline{R_2})=0,15\times 0,6=0,09$
- $P(Z=1)=P(R_1\cap\overline{R_2})+P(\overline{R_1}\cap R_2)=$
  $0,85\times 0,4+0,15\times 0,4=0,4$
- $P(Z=2)=P(R_1\cap R_2))=0,85\times 0,6$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4 = 0,4$
- $P(Z=2) = P(R_1 \cap R_2)) = 0,85 \times 0,6 = 0,51$

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4 = 0,4$
- $P(Z=2) = P(R_1 \cap R_2)) = 0,85 \times 0,6 = 0,51$

La loi de probabilité de Z est donc donnée dans le tableau suivants :

4. (a) La variable aléatoire Z peut prendre pour valeurs 0, 1 et 2 et on a :

- $P(Z=0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = 0,15 \times 0,6 = 0,09$
- $P(Z=1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2) =$
  $0,85 \times 0,4 + 0,15 \times 0,4 = 0,4$
- $P(Z=2) = P(R_1 \cap R_2)) = 0,85 \times 0,6 = 0,51$

La loi de probabilité de Z est donc donnée dans le tableau suivants :

k	0	1	2
$P(Z=k)$	$0,09$	$0,4$	$0,51$

4. (b) On a :

$$E(Z) =$$

4. (b) On a :

$$E(Z) = 0 \times P(Z = 0) + 1 \times P(Z = 1) + 2 \times P(Z = 2)$$

4. (b) On a :

$$\begin{aligned} E(Z) &= 0 \times P(Z=0) + 1 \times P(Z=1) + 2 \times P(Z=2) \\ &= 0 \times 0,09 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,51 \end{aligned}$$

4. (b) On a :

$$\begin{aligned} E(Z) &= 0 \times P(Z=0) + 1 \times P(Z=1) + 2 \times P(Z=2) \\ &= 0 \times 0,09 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,51 \\ &= 1,42 \end{aligned}$$

4. (b) On a :

$$\begin{aligned} E(Z) &= 0 \times P(Z = 0) + 1 \times P(Z = 1) + 2 \times P(Z = 2) \\ &= 0 \times 0,09 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,51 \\ &= 1,42 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{E(Z) = 1,42}$$

4. (b) On a :

$$\begin{aligned} E(Z) &= 0 \times P(Z=0) + 1 \times P(Z=1) + 2 \times P(Z=2) \\ &= 0 \times 0,09 + 1 \times 0,4 + 2 \times 0,51 \\ &= 1,42 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{E(Z) = 1,42}$$

Cela signifie, qu'en moyenne, sur les deux premiers services, le joueur en réussi 1, 42.

1. (a) Lorsqu'il réussit le n-ième service, la probabilité qu'il réussisse le $n+1$-ième est égale à $0,6$,

Partie B

1. (a) Lorsqu'il réussit le n-ième service, la probabilité qu'il réussisse le $n+1$-ième est égale à $0,6$, soit :

$$\boxed{P_{R_n}(R_{n+1}) = 0,6}$$

Partie B

1. (a) Lorsqu'il réussit le n-ième service, la probabilité qu'il réussisse le $n+1$-ième est égale à $0,6$, soit :

$$\boxed{P_{R_n}(R_{n+1}) = 0,6}$$

Lorsqu'il ne réussit pas le n-ième service, la probabilité qu'il ne réussisse pas le $n+1$-ième est égale à $0,6$,

Partie B

1. (a) Lorsqu'il réussit le n-ième service, la probabilité qu'il réussisse le $n+1$-ième est égale à $0,6$, soit :

$$\boxed{P_{R_n}(R_{n+1}) = 0,6}$$

Lorsqu'il ne réussit pas le n-ième service, la probabilité qu'il ne réussisse pas le $n+1$-ième est égale à $0,6$, soit :

$$\boxed{P_{\overline{R_n}}(\overline{R_{n+1}}) = 0,6}$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R_{n+1}) =$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R_{n+1}) = P(R_n) \times P_{R_n}(R_{n+1}) + P(\overline{R_n}) \times P_{\overline{R_n}}(R_{n+1})$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_{n+1}) &= P(R_n) \times P_{R_n}(R_{n+1}) + P(\overline{R_n}) \times P_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) \\ &= x_n \times 0,6 + (1 - x_n) \times 0,4 \end{aligned}$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_{n+1}) &= P(R_n) \times P_{R_n}(R_{n+1}) + P(\overline{R_n}) \times P_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) \\ &= x_n \times 0,6 + (1 - x_n) \times 0,4 \\ &= 0,6x_n + 0,4 - 0,4x_n \end{aligned}$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(R_{n+1}) &= P(R_n) \times P_{R_n}(R_{n+1}) + P(\overline{R_n}) \times P_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) \\
&= x_n \times 0,6 + (1 - x_n) \times 0,4 \\
&= 0,6x_n + 0,4 - 0,4x_n \\
&= 0,2x_n + 0,4
\end{aligned}$$

1. (b) Les événements R_n et $\overline{R_{n+1}}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R_{n+1}) &= P(R_n) \times P_{R_n}(R_{n+1}) + P(\overline{R_n}) \times P_{\overline{R_n}}(R_{n+1}) \\ &= x_n \times 0,6 + (1 - x_n) \times 0,4 \\ &= 0,6x_n + 0,4 - 0,4x_n \\ &= 0,2x_n + 0,4 \end{aligned}$$

Soit, pour tout entier naturel non nul n :

$$\boxed{x_{n+1} = 0,2x_n + 0,4}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$u_{n+1} =$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$u_{n+1} = x_{n+1} - 0,5$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \\ &= 0,2x_n - 0,1 \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \\ &= 0,2x_n - 0,1 \\ &= 0,2(x_n - 0,5) \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \\ &= 0,2x_n - 0,1 \\ &= 0,2(x_n - 0,5) \\ &= 0,2u_n \end{aligned}$$

2. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0,5 \\ &= 0,2x_n + 0,4 - 0,5 \\ &= 0,2x_n - 0,1 \\ &= 0,2(x_n - 0,5) \\ &= 0,2u_n \end{aligned}$$

On en déduit que :

$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est géométrique de raison } 0,2 \text{ et de premier terme } u_1 = 0,85 - 0,5 = 0,35}$

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$,

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$.

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$,

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$, $x_n = u_n + 0,5$,

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$, $x_n = u_n + 0,5$, soit :

$$\boxed{x_n = 0,85 \times 0,2^{n-1} + 0,5}$$

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$, $x_n = u_n + 0,5$, soit :

$$\boxed{x_n = 0,85 \times 0,2^{n-1} + 0,5}$$

On a $-1 < 0,2 < 1$

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$, $x_n = u_n + 0,5$, soit :

$$\boxed{x_n = 0,85 \times 0,2^{n-1} + 0,5}$$

On a $-1 < 0,2 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (0,2^{n-1}) = 0$

2. (b) On déduit de la question précédente que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = u_1 \times 0,2^{n+1}$, soit $u_n = 0,85 \times 0,2^{n-1}$. Et comme $u_n = x_n - 0,5$, $x_n = u_n + 0,5$, soit :

$$\boxed{x_n = 0,85 \times 0,2^{n-1} + 0,5}$$

On a $-1 < 0,2 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,2^{n-1}\right) = 0$ d'où :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} x_n = 0,5}$$

2. (c) Cela signifie, qu'à long terme,

2. (c) Cela signifie, qu'à long terme, la probabilité que le joueur réussisse un service se rapproche de $0,5$.

Exercice 3 - Partie 1

1. On lit graphiquement que la température maximale est atteint au bout de :

Exercice 3 - Partie 1

1. On lit graphiquement que la température maximale est atteint au bout de :

$$\boxed{\text{200 minutes}}$$

2. La température dépasse 300°C au bout d'environ 100 minutes

2. La température dépasse 300°C au bout d'environ 100 minutes et passe de nouveau en-dessous de 300°C après environ 350 minutes.

2. La température dépasse 300°C au bout d'environ 100 minutes et passe de nouveau en-dessous de 300°C après environ 350 minutes. La température à l'intérieur du foyer dépasse 300°C pendant environ :

2. La température dépasse 300°C au bout d'environ 100 minutes et passe de nouveau en-dessous de 300°C après environ 350 minutes. La température à l'intérieur du foyer dépasse 300°C pendant environ :

$$\boxed{\text{250 minutes}}$$

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$.

3. L'intégrale $\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$. Or on peut évaluer que ce domaine est environ égal à 124 carreaux

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$. Or on peut évaluer que ce domaine est environ égal à 124 carreaux et, comme l'aire d'un carreau est égale à $50 \times 25 = 1\,250$ unités d'aires,

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$. Or on peut évaluer que ce domaine est environ égal à 124 carreaux et, comme l'aire d'un carreau est égale à $50 \times 25 = 1\,250$ unités d'aires, l'intégrale est égale à environ $124 \times 1\,250 = 155\,000$.

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$. Or on peut évaluer que ce domaine est environ égal à 124 carreaux et, comme l'aire d'un carreau est égale à $50 \times 25 = 1\,250$ unités d'aires, l'intégrale est égale à environ $124 \times 1\,250 = 155\,000$. On peut alors estimer :

$$\boxed{\frac{1}{600}\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t \approx 258}$$

3. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est égale à l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites verticales d'équations $x = 0$ et $x = 600$. Or on peut évaluer que ce domaine est environ égal à 124 carreaux et, comme l'aire d'un carreau est égale à $50 \times 25 = 1\,250$ unités d'aires, l'intégrale est égale à environ $124 \times 1\,250 = 155\,000$. On peut alors estimer :

$$\boxed{\frac{1}{600}\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t \approx 258}$$

Cela signifie que la température moyenne du four au cours des 600 premières minutes est d'environ 258°C.

Partie 2

1. Par croissances comparées, on a $\lim_{x \to +\infty} t\mathrm{e}^{-0{,}01t} = 0$

Partie 2

1. Par croissances comparées, on a $\lim\limits_{x \to +\infty} t\mathrm{e}^{-0,01t} = 0$ donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} g(t) = 20}$$

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$g'(t) =$$

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$g'(t) = 10\mathrm{e}^{-0,01t} + 10t \times (-0,01)\mathrm{e}^{-0,01t}$$

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(t) &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} + 10t \times (-0,01)\mathrm{e}^{-0,01t} \\ &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} - 0,1t\mathrm{e}^{-0,01t} \end{aligned}$$

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(t) &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} + 10t \times (-0,01)\mathrm{e}^{-0,01t} \\ &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} - 0,1t\mathrm{e}^{-0,01t} \\ &= (-0,1t + 10)\mathrm{e}^{-0,01t} \end{aligned}$$

2. (a) La fonction g est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $t \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} g'(t) &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} + 10t \times (-0,01)\mathrm{e}^{-0,01t} \\ &= 10\mathrm{e}^{-0,01t} - 0,1t\mathrm{e}^{-0,01t} \\ &= (-0,1t + 10)\mathrm{e}^{-0,01t} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{g'(t) = (-0,1t + 10)\mathrm{e}^{-0,01t}}$$

2. (b) Pour tout $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-0,01t} > 0$

2. (b) Pour tout $[0\,;+\infty[$, $\text{e}^{-0,01t} > 0$ donc $g'(t)$ est du signe de $(-0,1t+10)$,

2. (b) Pour tout $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-0{,}01t} > 0$ donc $g'(t)$ est du signe de $(-0,1t + 10)$, d'où le tableau :

x	0		100		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	20	$\nearrow$	$f(100)$	$\searrow$	20

3. • Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante.

3. • Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$.

3. • Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

3.

- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.

3.

- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante.

3.
- Sur l'intervalle $[0\,; 100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,; 100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,; +\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$.

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $g(t) = 300$ admet une unique solution β sur $[100\,;\,+\infty[$.

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $g(t) = 300$ admet une unique solution β sur $[100\,;\,+\infty[$.

Finalement, l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0\,;\,+\infty[$

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $g(t) = 300$ admet une unique solution β sur $[100\,;\,+\infty[$.

Finalement, l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0\,;\,+\infty[$ et on obtient, à l'aide de la calculatrice :

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $g(t) = 300$ admet une unique solution β sur $[100\,;\,+\infty[$.

Finalement, l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0\,;\,+\infty[$ et on obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{\alpha \approx 43}$$

3.
- Sur l'intervalle $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue et strictement croissante. De plus $f(0) = 20 < 300$ et $f(100) \approx 388 > 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $f(t) = 300$ admet une unique solution α sur $[0\,;\,100]$.
- Sur l'intervalle $[100\,;\,+\infty[$, la fonction g est continue et strictement décroissante. De plus $f(100) \approx 388 > 300$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t) = 20 < 300$. On en déduit, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, que l'équation $g(t) = 300$ admet une unique solution β sur $[100\,;\,+\infty[$.

Finalement, l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[0\,;\,+\infty[$ et on obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{\alpha \approx 43} \quad \text{et} \quad \boxed{\beta \approx 193}$$

4. On a :

$$\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t =$$

4. On a :

$$\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t} + 20\,\mathrm{d}t$$

4. On a :

$$\begin{aligned}\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t &= \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t} + 20\,\mathrm{d}t \\ &= \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t + \int_0^{600} 20\,\mathrm{d}t\end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned}\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t &= \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t} + 20\,\mathrm{d}t\\ &= \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t + \int_0^{600} 20\,\mathrm{d}t\\ &= \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t + 12\,000\end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t =$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t = \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\mathrm{d}t$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t &= \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\mathrm{d}t \\ &= \left[-1\,000t\mathrm{e}^{-0,01t}\right]_0^{600} + \int_0^{600} 1\,000\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t &= \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t \\ &= \left[-1\,000t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} + \int_0^{600} 1\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t \\ &= -600\,000\mathrm{e}^{-6} + 1\,000 \times 0\mathrm{e}^{0} + \left[-100\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} \end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned} \int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t &= \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t \\ &= \left[-1\,000t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} + \int_0^{600} 1\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t \\ &= -600\,000\mathrm{e}^{-6} + 1\,000 \times 0\mathrm{e}^{0} + \left[-100\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} \\ &= -600\,000\mathrm{e}^{-6} - 100\,000\mathrm{e}^{-6} + 100\,000\mathrm{e}^{0} \end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0,01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t &= \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0,01t}\right)\mathrm{d}t \\
&= \left[-1\,000t\mathrm{e}^{-0,01t}\right]_0^{600} + \int_0^{600} 1\,000\mathrm{e}^{-0,01t}\,\mathrm{d}t \\
&= -600\,000\mathrm{e}^{-6} + 1\,000 \times 0\mathrm{e}^{0} + \left[-100\,000\mathrm{e}^{-0,01t}\right]_0^{600} \\
&= -600\,000\mathrm{e}^{-6} - 100\,000\mathrm{e}^{-6} + 100\,000\mathrm{e}^{0} \\
&= 100\,000 - 700\,000\mathrm{e}^{-6}
\end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{cases} u(t) = 10t \\ v'(t) = \mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} u'(t) = 10 \\ v(t) = -100\mathrm{e}^{-0{,}01t} \end{cases}$$

On a, par intégration par parties :

$$\begin{aligned}
\int_0^{600} 10t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t &= \left[10t \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\right]_0^{600} - \int_0^{600} 10 \times \left(-100\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t \\
&= \left[-1\,000t\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} + \int_0^{600} 1\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t \\
&= -600\,000\mathrm{e}^{-6} + 1\,000 \times 0\mathrm{e}^{0} + \left[-100\,000\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right]_0^{600} \\
&= -600\,000\mathrm{e}^{-6} - 100\,000\mathrm{e}^{-6} + 100\,000\mathrm{e}^{0} \\
&= 100\,000 - 700\,000\mathrm{e}^{-6}
\end{aligned}$$

Et finalement :

$$\boxed{\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t = 112\,000 - 700\,000\mathrm{e}^{-6} \approx 110\,265}$$

Partie 3

- Pour l'appareil A :

Partie 3

- Pour l'appareil A :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 350°C).

Partie 3

- Pour l'appareil A :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 350°C).
  - la température maximale n'est pas atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 200 minutes).

Partie 3

- Pour l'appareil A :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 350°C).
  - la température maximale n'est pas atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 200 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes est supérieure à 250°C (elle est d'environ 258°C).

- Pour l'appareil A :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 350°C).
  - la température maximale n'est pas atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 200 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes est supérieure à 250°C (elle est d'environ 258°C).
  - la température à l'intérieur du foyer ne dépasse pas 300°C pendant plus de 5 heures (elle les dépasse pendant environ 250 minutes).

- Pour l'appareil A :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 350°C).
  - la température maximale n'est pas atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 200 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes est supérieure à 250°C (elle est d'environ 258°C).
  - la température à l'intérieur du foyer ne dépasse pas 300°C pendant plus de 5 heures (elle les dépasse pendant environ 250 minutes).

$\boxed{\text{L'appareil A obtient donc exactement 3 étoiles}}$

- Pour l'appareil B :

- Pour l'appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 388°C).

- Pour l’appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d’environ 388°C).
  - la température maximale est atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 100 minutes).

- Pour l'appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 388°C).
  - la température maximale est atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 100 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes n'est pas supérieure à 250°C (elle est d'environ $\frac{110\,265}{600} \approx 184$°C).

- Pour l'appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 388°C).
  - la température maximale est atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 100 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes n'est pas supérieure à 250°C (elle est d'environ $\dfrac{110\,265}{600} \approx 184$°C).
  - la température à l'intérieur du foyer ne dépasse pas 300°C pendant plus de 5 heures

- Pour l'appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 388°C).
  - la température maximale est atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 100 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes n'est pas supérieure à 250°C (elle est d'environ $\dfrac{110\,265}{600} \approx 184$°C).
  - la température à l'intérieur du foyer ne dépasse pas 300°C pendant plus de 5 heures (elle les dépasse pendant environ 150 minutes entre la 43-ième minute et la 93-ième).

- Pour l'appareil B :
  - la température maximale est supéieure à 320°C (elle est d'environ 388°C).
  - la température maximale est atteinte en moins de 2 heures (elle est atteinte en 100 minutes).
  - la température moyenne durant les 10 premières heures (donc les 600) premières minutes n'est pas supérieure à 250°C (elle est d'environ $\dfrac{110\,265}{600} \approx 184°\text{C}$).
  - la température à l'intérieur du foyer ne dépasse pas 300°C pendant plus de 5 heures (elle les dépasse pendant environ 150 minutes entre la 43-ième minute et la 93-ième).

$$\boxed{\text{L'appareil B obtient donc exactement 3 étoiles}}$$

Exercice 4

1. On a :

$$BC =$$

Exercice 4

1. On a :

$$BC = \sqrt{(87-(-33))^2 + (75-75)^2 + (-116-44)^2}$$

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \end{aligned}$$

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \\ &= \sqrt{40\,000} \end{aligned}$$

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \\ &= \sqrt{40\,000} \\ &= 200 \end{aligned}$$

Exercice 4

1. On a :

$$
\begin{aligned}
BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\
&= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \\
&= \sqrt{40\,000} \\
&= 200
\end{aligned}
$$

Et on a directement $OA = 200$,

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \\ &= \sqrt{40\,000} \\ &= 200 \end{aligned}$$

Et on a directement $OA = 200$, soit :

$$\boxed{OA = 200} \quad \text{et} \quad \boxed{BC = 200}$$

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned}
BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2}\\
&= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)}\\
&= \sqrt{40\,000}\\
&= 200
\end{aligned}$$

Et on a directement $OA = 200$, soit :

$$\boxed{OA = 200} \quad \text{et} \quad \boxed{BC = 200}$$

Et comme les avions volent tous les deux à la même vitesse,

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2 + (75-75)^2 + (-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2 + 0^2 + (-160^2)} \\ &= \sqrt{40\,000} \\ &= 200 \end{aligned}$$

Et on a directement $OA = 200$, soit :

$$\boxed{OA = 200} \quad \text{et} \quad \boxed{BC = 200}$$

Et comme les avions volent tous les deux à la même vitesse, l'avion n° 2 mettra autant de temps à parcourir le segment $[BC]$

Exercice 4

1. On a :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(87-(-33))^2+(75-75)^2+(-116-44)^2} \\ &= \sqrt{120^2+0^2+(-160^2)} \\ &= \sqrt{40\,000} \\ &= 200 \end{aligned}$$

Et on a directement $OA = 200$, soit :

$$\boxed{OA = 200} \quad \text{et} \quad \boxed{BC = 200}$$

Et comme les avions volent tous les deux à la même vitesse, l'avion n° 2 mettra autant de temps à parcourir le segment $[BC]$ que l'avion n° 1 à parcourir le segment $[0A]$.

2. Il s'agit de montrer que les segments $[OA]$ et $[BC]$ sont sécants.

2. Il s'agit de montrer que les segments $[OA]$ et $[BC]$ sont sécants. Les droites (OA) et (BC) admettent pour représentations paramétriques respectives :

2. Il s'agit de montrer que les segments $[OA]$ et $[BC]$ sont sécants.
   Les droites (OA) et (BC) admettent pour représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

2. Il s'agit de montrer que les segments $[OA]$ et $[BC]$ sont sécants.
   Les droites (OA) et (BC) admettent pour représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = -33 + 120t' \\ y = 75 \\ z = 44 - 160t' \end{cases} \quad \text{avec } t' \in \mathbb{R}$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \qquad \Longleftrightarrow$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$ dans la représentation paramétrique de (OA)

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$ dans la représentation paramétrique de (OA) et de paramètre $t' = 0,275$ dans celle de (BC),

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$ dans la représentation paramétrique de (OA) et de paramètre $t' = 0,275$ dans celle de (BC), c'est-à-dire au point :

$$\boxed{H(0\,;\,75\,;\,0)}$$

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$ dans la représentation paramétrique de (OA) et de paramètre $t' = 0,275$ dans celle de (BC), c'est-à-dire au point :

$$\boxed{H(0\,;\,75\,;\,0)}$$

Et ce point appartient bien aux deux segments donc :

Déterminons l'intersection de ces deux droites :

$$\begin{cases} 0 = -33 + 120t' \\ t = 75 \\ 0 = 44 - 160t' \end{cases} \iff \begin{cases} 120t' = 33 \\ t = 75 \\ 160t' = 44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t' = \dfrac{33}{120} \\ t = 75 \\ t' = \dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 75 \\ t' = 0,275 \end{cases}$$

Les deux droites sont donc sécantes au point de paramètre $t = 75$ dans la représentation paramétrique de (OA) et de paramètre $t' = 0,275$ dans celle de (BC), c'est-à-dire au point :

$$\boxed{H(0\,;\,75\,;\,0)}$$

Et ce point appartient bien aux deux segments donc :

$$\boxed{\text{Les trajectoires des deux avions se coupent}}$$

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde

3. • L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$,

3.

- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde.

3. • L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde et au point C, de paramètre $t' = 1$, au bout d'une seconde.

3.

- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde et au point C, de paramètre $t' = 1$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t' = 0,275$ après $0,275$ seconde.

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde et au point C, de paramètre $t' = 1$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t' = 0,275$ après $0,275$ seconde.

Les avions passent au point d'intersection de leurs trajectoires à $0,1$ seconde d'écart.

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde et au point C, de paramètre $t' = 1$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t' = 0,275$ après $0,275$ seconde.

Les avions passent au point d'intersection de leurs trajectoires à $0,1$ seconde d'écart. L'avion n° 2 aurra donc parcouru 20 mètres au moment ou l'avion n° 1 passera au point H.

3.
- L'avion n° 1 se trouve au point O, de paramètre $t = 0$ au bout de 0 seconde et au point A, de paramètre $t = 200$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t = 75$ après $\dfrac{75}{200} = 0,375$ seconde.
- L'avion n° 2 se trouve au point B, de paramètre $t' = 0$, au bout de 0 seconde et au point C, de paramètre $t' = 1$, au bout d'une seconde. Il passe donc par le point H, de paramètre $t' = 0,275$ après 0,275 seconde.

Les avions passent au point d'intersection de leurs trajectoires à 0,1 seconde d'écart. L'avion n° 2 aurra donc parcouru 20 mètres au moment ou l'avion n° 1 passera au point H. On en déduit que :

$$\boxed{\text{Les deux avions ne devraient pas se percuter}}$$