Métropole - 19 juin 2024 (sujet de secours)

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1

Exercice 1

1. On a les coordonnées :

Exercice 1

1. On a les coordonnées :

$$\boxed{C(4\,;\,4\,;\,0)}$$

Exercice 1

1. On a les coordonnées :

$\boxed{C(4\,;4\,;0)}$ $\boxed{F(4\,;0\,;4)}$

1. On a les coordonnées :

$\boxed{C(4\,;\,4\,;\,0)}$ $\boxed{F(4\,;\,0\,;\,4)}$ $\boxed{G(4\,;\,4\,;\,4)}$

Exercice 1

1. On a les coordonnées :

$\boxed{C\,(4\,;\,4\,;\,0)}$ $\boxed{F\,(4\,;\,0\,;\,4)}$ $\boxed{G\,(4\,;\,4\,;\,4)}$ $\boxed{H\,(0\,;\,4\,;\,4)}$

2. On a :

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right)$$

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right) \quad \text{soit} \quad I(2\,;0\,;4)$$

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right) \quad \text{soit} \quad I(2\,;\,0\,;\,4)$$

Et :

$$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\0-4\end{pmatrix}$$

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right) \quad \text{soit} \quad I(2\,;\,0\,;\,4)$$

Et :

$$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\0-4\end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$$

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right) \quad \text{soit} \quad I(2\,;\,0\,;\,4)$$

Et :

$$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\0-4\end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$$

La droite (IC) passe donc par le point $I(2\,;\,0\,;\,4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$.

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right) \quad \text{soit} \quad I(2\,;\,0\,;\,4)$$

Et :

$$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\0-4\end{pmatrix} \quad \text{soit} \quad \overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$$

La droite (IC) passe donc par le point $I(2\,;\,0\,;\,4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

2. On a :

$$I\left(\frac{0+4}{2}\,;\,\frac{0+0}{2}\,;\,\frac{4+4}{2}\right)\quad \text{soit}\quad I(2\,;\,0\,;\,4)$$

Et :

$$\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\0-4\end{pmatrix}\quad \text{soit}\quad \overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$$

La droite (IC) passe donc par le point $I(2\,;\,0\,;\,4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases}x=2+2t\\y=4t\\z=4-4t\end{cases}\quad \text{avec } t\in\mathbb{R}}$$

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$,

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation.

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;\,4\,;\,4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$4 + 2 \times 4 - 2 \times 4 + d = 0$,

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x+2y-2z+d=0 \quad \text{avec } d\in\mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$4+2\times4-2\times4+d=0$, soit $4+d=0$

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$4 + 2 \times 4 - 2 \times 4 + d = 0$, soit $4 + d = 0$ et donc $d = -4$.

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$4 + 2 \times 4 - 2 \times 4 + d = 0$, soit $4 + d = 0$ et donc $d = -4$. On en déduit une équation cartésienne du plan P :

3. (a) Le plan P admet le vecteur $\overrightarrow{IC}\begin{pmatrix}2\\4\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur normal donc également le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$, il a donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 2y - 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $G(4\,;4\,;4)$ appartient au plan P donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $4 + 2 \times 4 - 2 \times 4 + d = 0$, soit $4 + d = 0$ et donc $d = -4$. On en déduit une équation cartésienne du plan P :

$$\boxed{x + 2y - 2z - 4 = 0}$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC),

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC).

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 \Longleftrightarrow$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 \iff 2+2t+8t-8+8t-4=0$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\end{aligned}$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\\ &\iff t=\frac{10}{18}\end{aligned}$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\\ &\iff t=\frac{10}{18}\\ &\iff t=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\\ &\iff t=\frac{10}{18}\\ &\iff t=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

Le point J est donc le point de paramètre $t=\dfrac{5}{9}$ dans la représentation paramétrique de la droite (IC),

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\\ &\iff t=\frac{10}{18}\\ &\iff t=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

Le point J est donc le point de paramètre $t=\dfrac{5}{9}$ dans la représentation paramétrique de la droite (IC), soit le point de coordonnées $\left(2+2\times\dfrac{5}{9}\,;\,4\times\dfrac{5}{9}\,;\,4-4\times\dfrac{5}{9}\right)$.

3. (b) J étant le point d'intersection du plan P et de la droite (IC), ses coordonnées vérifient à la fois l'équation cartésienne de P et la représentation paramétrique de (IC). On injecte donc les expressions de la représentation paramétrique de (IC) dans l'équation cartésienne de P :

$$\begin{aligned}(2+2t)+2(4t)-2(4-4t)-4=0 &\iff 2+2t+8t-8+8t-4=0\\ &\iff 18t=10\\ &\iff t=\frac{10}{18}\\ &\iff t=\frac{5}{9}\end{aligned}$$

Le point J est donc le point de paramètre $t=\dfrac{5}{9}$ dans la représentation paramétrique de la droite (IC), soit le point de coordonnées $\left(2+2\times\dfrac{5}{9}\,;\,4\times\dfrac{5}{9}\,;\,4-4\times\dfrac{5}{9}\right)$. On a donc :

$$\boxed{J\left(\frac{28}{9}\,;\,\frac{20}{9}\,;\,\frac{16}{9}\right)}$$

Le point J est à l'intersection entre le plan P et la droite passant par C orthogonalement à C.

Le point J est à l'intersection entre le plan P et la droite passant par C orthogonalement à C. On en déduit que :

Le point J est à l'intersection entre le plan P et la droite passant par C orthogonalement à C. On en déduit que :

$$\boxed{J \text{ est le projeté orthogonal de } C \text{ sur le plan } P}$$

3. (c) On a :

$$0 + 2 \times 2 - 2 \times 0 - 4 =$$

3. (c) On a :

$$0 + 2 \times 2 - 2 \times 0 - 4 = 4 - 4$$

3. (c) On a :

$$0 + 2 \times 2 - 2 \times 0 - 4 = 4 - 4 = 0$$

3. (c) On a :

$$0 + 2 \times 2 - 2 \times 0 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Les coordonnées du point K vérifient l'équation cartésienne de P donc :

3. (c) On a :

$$0+2\times 2-2\times 0-4=4-4=0$$

Les coordonnées du point K vérifient l'équation cartésienne de P donc :

$$\boxed{\text{Le point } K \text{ appartient au plan } P}$$

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles,

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC)

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P (d'après la question précédente)

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P (d'après la question précédente) et il appartient au plan (ABC)

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P (d'après la question précédente) et il appartient au plan (ABC) (car il appartient à la droite (AD)).

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P (d'après la question précédente) et il appartient au plan (ABC) (car il appartient à la droite (AD)).

Les points B et K appartenant tous deux aux plans P et (ABC), on en déduit que :

3. (d) Les plans P et (ABC) ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants suivant une droite. De plus :

- Le point B appartient au plan P car ses coordonnées vérifient l'équation de P $(4 + 2 \times 0 - 2 \times 0 - 4 = 0)$ et il appartient aussi au plan (ABC) (par définition de ce plan).
- Le point K appartient au plan P (d'après la question précédente) et il appartient au plan (ABC) (car il appartient à la droite (AD)).

Les points B et K appartenant tous deux aux plans P et (ABC), on en déduit que :

$$\boxed{\text{La droite } (BK) \text{ est l'intersection des plans } P \text{ et } (ABC)}$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$,

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base.

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$.

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} =$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2}$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

$$\mathscr{V}_{CBKG} =$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

$$\mathscr{V}_{CBKG} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{CBK} \times CG$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{CBKG} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{CBK} \times CG \\ &= \frac{1}{3} \times 8 \times 4\end{aligned}$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{CBKG} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{CBK} \times CG \\ &= \frac{1}{3} \times 8 \times 4 \\ &= \frac{32}{3}\end{aligned}$$

4. (a) Afin de calculer le volume de la pyramide $CBKG$, on peut choisir la face CBK pour base. La hauteur correspondante est alors le segment $[CG]$. L'aire $\mathscr{A}_{CBK}$ du triangle CBK est :

$$\mathscr{A}_{CBK} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Et le volume $\mathscr{V}_{CBKG}$ est donné par :

$$\begin{aligned} \mathscr{V}_{CBKG} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{CBK} \times CG \\ &= \frac{1}{3} \times 8 \times 4 \\ &= \frac{32}{3} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{V}_{CBKG} = \frac{32}{3}}$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG.

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$CJ =$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$CJ = \sqrt{\left(\frac{28}{9} - 4\right)^2 + \left(\frac{20}{9} - 4\right)^2 + \left(\frac{16}{9} - 0\right)^2}$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned} CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \end{aligned}$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned}
CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\
&= \sqrt{\frac{576}{81}}
\end{aligned}$$

4\. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned} CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{576}{81}} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned}
CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\
&= \sqrt{\frac{576}{81}} \\
&= \frac{8}{3}
\end{aligned}$$

On a alors, on notant $\mathscr{A}_{BKG}$ l'aire du triangle BKG :

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned} CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{576}{81}} \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

On a alors, on notant $\mathscr{A}_{BKG}$ l'aire du triangle BKG :

$$\mathscr{V}_{CBKG} =$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned}
CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\
&= \sqrt{\frac{576}{81}} \\
&= \frac{8}{3}
\end{aligned}$$

On a alors, on notant $\mathscr{A}_{BKG}$ l'aire du triangle BKG :

$$\mathscr{V}_{CBKG} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{BKG} \times CJ$$

4. (b) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $CBKG$ en choisissant pour base le triangle BKG. La hauteur correspondante est alors le segment $[CJ]$ et :

$$\begin{aligned}
CJ &= \sqrt{\left(\frac{28}{9}-4\right)^2+\left(\frac{20}{9}-4\right)^2+\left(\frac{16}{9}-0\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{64}{81}+\frac{256}{81}+\frac{256}{81}} \\
&= \sqrt{\frac{576}{81}} \\
&= \frac{8}{3}
\end{aligned}$$

On a alors, on notant $\mathscr{A}_{BKG}$ l'aire du triangle BKG :

$$\mathscr{V}_{CBKG} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{BKG} \times CJ = \frac{8}{9}\mathscr{A}_{BKG}$$

Et comme, d'après la question précédente, $\mathscr{V}_{CBKG} = \dfrac{32}{3}$, on a :

Et comme, d'après la question précédente, $\mathscr{V}_{CBKG} = \dfrac{32}{3}$, on a :

$$\frac{8}{9}\mathscr{A}_{BKG} = \frac{32}{3}$$

Et comme, d'après la question précédente, $\mathscr{V}_{CBKG} = \dfrac{32}{3}$, on a :

$$\frac{8}{9}\mathscr{A}_{BKG} = \frac{32}{3}$$

Et donc :

$$\mathscr{A}_{BKG} = \frac{32}{3} \times \frac{9}{8}$$

Et comme, d'après la question précédente, $\mathscr{V}_{CBKG} = \dfrac{32}{3}$, on a :

$$\frac{8}{9}\mathscr{A}_{BKG} = \frac{32}{3}$$

Et donc :

$$\mathscr{A}_{BKG} = \frac{32}{3} \times \frac{9}{8}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{A}_{BKG} = 12}$$

5. Les points B et G appartiennent tous deux au plan P donc :

5. Les points B et G appartiennent tous deux au plan P donc :

$$\boxed{\text{La droite } (BG) \text{ est incluse dans } P}$$

6. I' étant un point de l'arête (EF),

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;4]$ tel que :

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4)$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;4]$ tel que :

$$I'(x\,;0\,;4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$,

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal.

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} =$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4)$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16 = 0$$

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CI'}$ sont donc orthogonaux

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CI'}$ sont donc orthogonaux et comme le point B appartient au plan P',

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;0\,;4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CI'}$ sont donc orthogonaux et comme le point B appartient au plan P', le point G appartient également au plan P' et finalement :

6. I' étant un point de l'arête (EF), il existe $x \in [0\,;\,4]$ tel que :

$$I'\,(x\,;\,0\,;\,4) \quad \text{et donc} \quad \overrightarrow{CI'}\begin{pmatrix} x-4 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Le plan P' étant orthogonal à la droite $(I'C)$, il admet le vecteur $\overrightarrow{CI'}$ pour vecteur normal. D'autre part, on a $\overrightarrow{BG}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et donc :

$$\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{CI'} = 0 \times (x-4) + 4 \times 4 + 4 \times (-4) = 16 - 16 = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{CI'}$ sont donc orthogonaux et comme le point B appartient au plan P', le point G appartient également au plan P' et finalement :

$$\boxed{\text{La droite } (BG) \text{ est incluse dans le plan } P'}$$

Exercice 2 - Partie A

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès égale à $0,25$.

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès égale à $0,25$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

Exercice 2 - Partie A

1. On répète 10 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli de probabilité de succès égale à $0,25$. La variable aléatoire X compte le nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 10 \text{ et } p = 0,25}$$

2. Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 4)$.

2. Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 4)$. On obtient à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'au moins 4 clients dans un échantillon de 10 passent moins de 12 minutes à la station est :

2. Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 4)$. On obtient à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'au moins 4 clients dans un échantillon de 10 passent moins de 12 minutes à la station est :

$$\boxed{P(X \geqslant 4) \approx 0,224}$$

3. On a $E(X) =$

3. On a $E(X) = n \times p$

3. On a $E(X) = n \times p = 10 \times 0,25$

3. On a $E(X) = n \times p = 10 \times 0,25 = 2,5$.

3. On a $E(X) = n \times p = 10 \times 0,25 = 2,5$. Cela signifie que sur un échantillon de 10 clients, le nombre moyen de clients qui passent moins de 12 minutes à la station est :

3. On a $E(X) = n \times p = 10 \times 0,25 = 2,5$. Cela signifie que sur un échantillon de 10 clients, le nombre moyen de clients qui passent moins de 12 minutes à la station est :

$$\boxed{E(X) = 2,5}$$

Partie B

1. La variable aléatoire est égale au temps total donc à la somme des 3 temps, soit :

1. La variable aléatoire est égale au temps total donc à la somme des 3 temps, soit :

$$\boxed{S = T_1 + T_2 + T_3}$$

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) =$$

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3)$$

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3) = 6 + 6 + 6$$

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3) = 6 + 6 + 6 = 18$$

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3) = 6 + 6 + 6 = 18$$

Cela signifie que le temps d'attente moyen de ce troisième client, en minutes, est :

2. (a) Par linéarité de l'espérance, on a :

$$E(S) = E(T_1) + E(T_2) + E(T_3) = 6 + 6 + 6 = 18$$

Cela signifie que le temps d'attente moyen de ce troisième client, en minutes, est :

$$\boxed{E(S) = 18}$$

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) =$$

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(T_1) + V(T_2) + V(T_3)$$

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(T_1) + V(T_2) + V(T_3) = 1 + 1 + 1$$

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(T_1) + V(T_2) + V(T_3) = 1 + 1 + 1 = 3$$

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(T_1) + V(T_2) + V(T_3) = 1 + 1 + 1 = 3$$

La variance du temps d'attente total S de ce troisième client est donc :

2. (a) Les variables aléatoires T_1, T_2 et T_3 étant indépendantes, on a :

$$V(S) = V(T_1) + V(T_2) + V(T_3) = 1 + 1 + 1 = 3$$

La variance du temps d'attente total S de ce troisième client est donc :

$$\boxed{V(S) = 3}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P\left(|S - 18| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{3}{16}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P\left(|S - 18| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{3}{16}$$

Et, par passage au complémentaire :

$$P\left(|S - 18| < 4\right) \geqslant 1 - \frac{3}{16}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P\left(|S - 18| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{3}{16}$$

Et, par passage au complémentaire :

$$P\left(|S - 18| < 4\right) \geqslant 1 - \frac{3}{16}$$

Soit :

$$P(14 < S < 22) \geqslant \frac{13}{16}$$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P(|S - E(S)| \geqslant 4) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P(|S - 18| \geqslant 4) \leqslant \frac{3}{16}$$

Et, par passage au complémentaire :

$$P(|S - 18| < 4) \geqslant 1 - \frac{3}{16}$$

Soit :

$$P(14 < S < 22) \geqslant \frac{13}{16}$$

Or $\frac{13}{16} = 0,8125 \geqslant 0,81$

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P\left(|S - 18| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{3}{16}$$

Et, par passage au complémentaire :

$$P\left(|S - 18| < 4\right) \geqslant 1 - \frac{3}{16}$$

Soit :

$$P(14 < S < 22) \geqslant \frac{13}{16}$$

Or $\frac{13}{16} = 0,8125 \geqslant 0,81$ donc la probabilité que le troisième client passe un temps strictement compris entre 14 et 22 minutes à la station est :

3. D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|S - E(S)| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{V(S)}{4^2}$$

Soit :

$$P\left(|S - 18| \geqslant 4\right) \leqslant \frac{3}{16}$$

Et, par passage au complémentaire :

$$P\left(|S - 18| < 4\right) \geqslant 1 - \frac{3}{16}$$

Soit :

$$P(14 < S < 22) \geqslant \frac{13}{16}$$

Or $\frac{13}{16} = 0,8125 \geqslant 0,81$ donc la probabilité que le troisième client passe un temps strictement compris entre 14 et 22 minutes à la station est :

$$\boxed{P(14 < S < 22) \geqslant 0,81}$$

Exercice 3 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) =$$

Exercice 3 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f'(x) = 1 - \frac{2x}{x^2+1}$$

Exercice 3 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2+1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} \end{aligned}$$

Exercice 3 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2+1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2-2x+1}{x^2+1} \end{aligned}$$

Exercice 3 - Partie A

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2+1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2-2x+1}{x^2+1} \\ &= \frac{(x-1)^2}{x^2+1} \end{aligned}$$

1. (a) La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 1 - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2+1}{x^2+1} - \frac{2x}{x^2+1} \\ &= \frac{x^2-2x+1}{x^2+1} \\ &= \frac{(x-1)^2}{x^2+1} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}}$$

1. (b) On a alors le tableau :

1. (b) On a alors le tableau :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$(x-1)^2$		$+$	0	$+$	
x^2+1		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$			$\nearrow$		

1. (b) On a alors le tableau :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$(x-1)^2$		$+$	0	$+$	
x^2+1		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$			$\nearrow$		

La dérivée étant strictement positive sauf en un point où elle s'annule, on en déduit que :

1. (b) On a alors le tableau :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$(x-1)^2$		$+$	0	$+$	
x^2+1		$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$			$\nearrow$		

La dérivée étant strictement positive sauf en un point où elle s'annule, on en déduit que :

$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement croissante sur } \mathbb{R}}$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) =$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned} x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \\ &= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right) \end{aligned}$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned}
x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(x^2+1\right) + \ln\left(x^2\right)
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned}
x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(x^2+1\right) + \ln\left(x^2\right) \\
&= x - \ln\left(x^2+1\right)
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned}
x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(x^2+1\right) + \ln\left(x^2\right) \\
&= x - \ln\left(x^2+1\right) \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned}
x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right) \\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(x^2+1\right) + \ln\left(x^2\right) \\
&= x - \ln\left(x^2+1\right) \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

On a donc bien, pour tout $x > 0$:

2. Pour tout $x > 0$, on a :

$$\begin{aligned}
x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) &= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)\\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \left(\ln\left(x^2+1\right) - \ln\left(x^2\right)\right)\\
&= x - \ln\left(x^2\right) - \ln\left(x^2+1\right) + \ln\left(x^2\right)\\
&= x - \ln\left(x^2+1\right)\\
&= f(x)
\end{aligned}$$

On a donc bien, pour tout $x > 0$:

$$\boxed{f(x) = x - 2\ln(x) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) =$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$$

Et :

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 1$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$$

Et :

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 1 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 0$$

3. Pour tout $x > 0$, on a :

$$f(x) = x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$$

Or, par croissances comparées :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} x\left(1 - 2 \times \frac{\ln(x)}{x}\right) = +\infty$$

Et :

$$\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 1 \quad \text{donc} \quad \lim_{x \to +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 0$$

Finalement :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

Partie B

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$.

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,; +\infty[$:

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(u_n) \geqslant f(0)$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(u_n) \geqslant f(0)$$
     Et comme $f(0) = 0 - \ln(1) = 0$, on a :

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(u_n) \geqslant f(0)$$
     Et comme $f(0) = 0 - \ln(1) = 0$, on a :
     $$f(u_n) \geqslant 0$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(u_n) \geqslant f(0)$$
     Et comme $f(0) = 0 - \ln(1) = 0$, on a :
     $$f(u_n) \geqslant 0$$

Soit :
$$u_{n+1} \geqslant 0$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 0$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 7 \geqslant 0$. La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$u_n \geqslant 0$$
     On en déduit, en appliquant la fonction f qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(u_n) \geqslant f(0)$$
     Et comme $f(0) = 0 - \ln(1) = 0$, on a :
     $$f(u_n) \geqslant 0$$
     Soit :
     $$u_{n+1} \geqslant 0$$
     La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$,

- **Conclusion :**
La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$, soit :

$$\boxed{u_n \geqslant 0 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_{n+1} - u_n =$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

Or $u_n^2 \geqslant 0$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

Or $u_n^2 \geqslant 0$ donc $u_n^2 + 1 \geqslant 1$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

Or $u_n^2 \geqslant 0$ donc $u_n^2 + 1 \geqslant 1$ puis $\ln(u_n^2 + 1) \geqslant 0$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

Or $u_n^2 \geqslant 0$ donc $u_n^2 + 1 \geqslant 1$ puis $\ln(u_n^2 + 1) \geqslant 0$ et finalement :

$$u_{n+1} - u_n \leqslant 0$$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= f(u_n) - u_n \\ &= u_n - \ln(u_n^2 + 1) - u_n \\ &= -\ln(u_n^2 + 1) \end{aligned}$$

Or $u_n^2 \geqslant 0$ donc $u_n^2 + 1 \geqslant 1$ puis $\ln(u_n^2 + 1) \geqslant 0$ et finalement :

$$u_{n+1} - u_n \leqslant 0$$

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est décroissante}}$$

3. La suite (u_n) est décroissante et minorée (par 0) donc :

3. La suite (u_n) est décroissante et minorée (par 0) donc :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge}}$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$.

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge.

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f,

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$.

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$,

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$f(x) = x \iff x - \ln\left(x^2 + 1\right) = x$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x - \ln\left(x^2 + 1\right) = x \\ &\iff \ln\left(x^2 + 1\right) = 0 \end{aligned}$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x - \ln\left(x^2+1\right) = x \\ &\iff \ln\left(x^2+1\right) = 0 \\ &\iff x^2+1 = 1 \end{aligned}$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x - \ln\left(x^2 + 1\right) = x \\ &\iff \ln\left(x^2 + 1\right) = 0 \\ &\iff x^2 + 1 = 1 \\ &\iff x^2 = 0 \end{aligned}$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x - \ln\left(x^2 + 1\right) = x \\ &\iff \ln\left(x^2 + 1\right) = 0 \\ &\iff x^2 + 1 = 1 \\ &\iff x^2 = 0 \\ &\iff x = 0 \end{aligned}$$

4. La suite (u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$. De plus, on sait que la suite (u_n) converge. On en déduit que la limite l est un point fixe de f, c'est-à-dire que $f(l) = l$. Résolvons alors l'équation $f(x) = x$, pour $x \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x - \ln\left(x^2+1\right) = x \\ &\iff \ln\left(x^2+1\right) = 0 \\ &\iff x^2 + 1 = 1 \\ &\iff x^2 = 0 \\ &\iff x = 0 \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\boxed{l = 0}$$

5. (a) On peut compléter le script de la façon suivante :

5. (a) On peut compléter le script de la façon suivante :

```
from math import log as ln

def seuil(h) :
    n = 0
    u = 7
    while u > h :
        n = n + 1
        u = u-ln(u**2 + 1)
    return n
```

5. (b) La valeur renvoyée lorsque l'on saisit `seuil(0.01)` est la valeur du plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 0,01$.

5. (b) La valeur renvoyée lorsque l'on saisit `seuil(0.01)` est la valeur du plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 0,01$. Or on obtient à l'aide de la calculatrice :

5. (b) La valeur renvoyée lorsque l'on saisit `seuil(0.01)` est la valeur du plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 0,01$. Or on obtient à l'aide de la calculatrice :

- $u_{96} \approx 0,01003 > 0,01$

5. (b) La valeur renvoyée lorsque l'on saisit `seuil(0.01)` est la valeur du plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 0,01$. Or on obtient à l'aide de la calculatrice :

- $u_{96} \approx 0,01003 > 0,01$
- $u_{97} \approx 0,0099 < 0,01$

5. (b) La valeur renvoyée lorsque l'on saisit `seuil(0.01)` est la valeur du plus petit entier n tel que $u_n \leqslant 0,01$. Or on obtient à l'aide de la calculatrice :

- $u_{96} \approx 0,01003 > 0,01$
- $u_{97} \approx 0,0099 < 0,01$

La valeur renvoyée est donc :

$$\boxed{97}$$

Partie C

1. La fonction f est croissante sur $[0\,;+\infty[$ et $f(0)=0$.

Partie C

1. La fonction f est croissante sur $[0\,; +\infty[$ et $f(0) = 0$. On en déduit que :

Partie C

1. La fonction f est croissante sur $[0\,; +\infty[$ et $f(0) = 0$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est positive sur } [0\,; +\infty[}$$

2. La fonction f étant positive sur l'intervalle $[2\,;\,4]$,

2. La fonction f étant positive sur l'intervalle $[2\,;\,4]$, l'intégrale I est égale à l'aire, en unités d'aires, du domaine délimité par

2. La fonction f étant positive sur l'intervalle $[2\,;\,4]$, l'intégrale I est égale à l'aire, en unités d'aires, du domaine délimité par l'axe des abscisses,

2. La fonction f étant positive sur l'intervalle $[2\,;\,4]$, l'intégrale I est égale à l'aire, en unités d'aires, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f

2. La fonction f étant positive sur l'intervalle $[2\,;4]$, l'intégrale I est égale à l'aire, en unités d'aires, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f et les droites d'équations $x = 2$ et $x = 4$.

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;4]$:

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x$$

Or :

$$\int_2^4 0,5x - 1\,\mathrm{d}x =$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25 \,\mathrm{d}x$$

Or :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{4}x^2 - x\right]_2^4$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x$$

Or :

$$\begin{aligned}\int_2^4 0,5x - 1\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{4}x^2 - x\right]_2^4 \\ &= \left(\frac{1}{4} \times 4^2 - 4\right) - \left(\frac{1}{4} \times 2^2 - 2\right)\end{aligned}$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x$$

Or :

$$\begin{aligned}\int_2^4 0,5x - 1\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{4}x^2 - x\right]_2^4 \\ &= \left(\frac{1}{4} \times 4^2 - 4\right) - \left(\frac{1}{4} \times 2^2 - 2\right) \\ &= 0 - (-1)\end{aligned}$$

3. On admet que, pour tout nombre réel $x \in [2\,;\,4]$:

$$0,5x - 1 \leqslant f(x) \leqslant 0,25x + 0,25$$

On a alors, par croissance de l'intégrale :

$$\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 f(x) \,\mathrm{d}x \leqslant \int_2^4 0,25x + 0,25 \,\mathrm{d}x$$

Or :

$$\begin{aligned}
\int_2^4 0,5x - 1 \,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{4}x^2 - x\right]_2^4 \\
&= \left(\frac{1}{4} \times 4^2 - 4\right) - \left(\frac{1}{4} \times 2^2 - 2\right) \\
&= 0 - (-1) \\
&= 1
\end{aligned}$$

Et :

$$\int_2^4 0,25x + 0,25 \, \mathrm{d}x =$$

Et :

$$\int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right]_2^4$$

Et :

$$\begin{aligned}\int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right]_2^4 \\ &= \left(\frac{1}{8}\times 4^2 + \frac{1}{4}\times 4\right) - \left(\frac{1}{8}\times 2^2 + \frac{1}{4}\times 2\right)\end{aligned}$$

Et :

$$
\begin{aligned}
\int_2^4 0,25x + 0,25 \,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right]_2^4 \\
&= \left(\frac{1}{8} \times 4^2 + \frac{1}{4} \times 4\right) - \left(\frac{1}{8} \times 2^2 + \frac{1}{4} \times 2\right) \\
&= 3 - 1
\end{aligned}
$$

Et :

$$\begin{aligned}
\int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right]_2^4 \\
&= \left(\frac{1}{8} \times 4^2 + \frac{1}{4} \times 4\right) - \left(\frac{1}{8} \times 2^2 + \frac{1}{4} \times 2\right) \\
&= 3 - 1 \\
&= 2
\end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned}
\int_2^4 0,25x + 0,25\,\mathrm{d}x &= \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{4}x\right]_2^4 \\
&= \left(\frac{1}{8} \times 4^2 + \frac{1}{4} \times 4\right) - \left(\frac{1}{8} \times 2^2 + \frac{1}{4} \times 2\right) \\
&= 3 - 1 \\
&= 2
\end{aligned}$$

On en déduit l'encadrement :

$$\boxed{1 \leqslant I \leqslant 2}$$

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**
   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**

   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :

   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**
   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$)

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**

   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :

   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$)
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**
D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$)
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$ (car $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$)

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**
   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$)
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$ (car $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$)
   - Une asymptote verticale d'équation $x = -2$

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**

   D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :

   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$)
   - Une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$ (car $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$)
   - Une asymptote verticale d'équation $x = -2$ (car $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -\infty$)

Exercice 4

1. (a) **Affirmation 1 : Faux**

D'après la tableau de variations, la courbe $\mathscr{C}_f$ admet :

- Une asymptote horizontale d'équation $y = 5$ en $-\infty$ (car $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 5$)
- Une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ en $+\infty$ (car $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$)
- Une asymptote verticale d'équation $x = -2$ (car $\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty$)

Mais elle n'admet pas la droite d'équation $y = -2$ pour asymptote horizontale.

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^-$,

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**
On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^{-}$, c'est-à-dire que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers 5 avec $f(x) < 5$.

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^-$, c'est-à-dire que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers 5 avec $f(x) < 5$. Cela découle du fait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^{-}$, c'est-à-dire que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers 5 avec $f(x) < 5$. Cela découle du fait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$ et que la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,;\,-2[$.

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^-$, c'est-à-dire que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers 5 avec $f(x) < 5$. Cela découle du fait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$ et que la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,;\,-2[$.

On en déduit que $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - 5) = 0^-$

1. (b) **Affirmation 2 : Faux**

On a $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5^-$, c'est-à-dire que lorsque x tend vers $-\infty$, $f(x)$ tend vers 5 avec $f(x) < 5$. Cela découle du fait que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 5$ et que la fonction f est décroissante sur $]-\infty\,; -2[$.

On en déduit que $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - 5) = 0^-$ et donc que :

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{2}{f(x) - 5} = -\infty$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$g'(x) =$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$g'(x) = 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x})$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (1 - x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$g''(x) =$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$g''(x) = -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x})$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

La fonction g'' s'annule en changeant de signe en 2

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

La fonction g'' s'annule en changeant de signe en 2 donc la courbe $\mathscr{C}_g$ admet un point d'inflexion en 2.

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

La fonction g'' s'annule en changeant de signe en 2 donc la courbe $\mathscr{C}_g$ admet un point d'inflexion en 2. Or $g(2) = 2\mathrm{e}^{-2}$

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1-x) \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (x-2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

La fonction g'' s'annule en changeant de signe en 2 donc la courbe $\mathscr{C}_g$ admet un point d'inflexion en 2. Or $g(2) = 2\mathrm{e}^{-2}$ donc le point d'inflexion est le point de coordonnées :

2. (a) **Affirmation 3 : Vrai**

La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 \times \mathrm{e}^{-x} + x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (1 - x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

La fonction g' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} g''(x) &= -1 \times \mathrm{e}^{-x} + (1 - x) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (x - 2)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	
g		concave		convexe	

La fonction g'' s'annule en changeant de signe en 2 donc la courbe $\mathscr{C}_g$ admet un point d'inflexion en 2. Or $g(2) = 2\mathrm{e}^{-2}$ donc le point d'inflexion est le point de coordonnées :

$$\left(2\,;\,\frac{2}{\mathrm{e}^2}\right)$$

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$.

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et,

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0.

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0) = 0$

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0)=0$ et $g'(0)=1$ donc la tangente au point d'abscisse 0 admet pour équation $y=1(x-0)+0$,

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$ donc la tangente au point d'abscisse 0 admet pour équation $y = 1(x-0)+0$, soit $y = x$.

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$ donc la tangente au point d'abscisse 0 admet pour équation $y = 1(x - 0) + 0$, soit $y = x$. On en déduit que, pour tout $x \in]-\infty\,;\,2[$:

2. (b) **Affirmation 4 : Vrai**

On a vu que la fonction g était concave sur l'intervalle $]-\infty\,; 2[$. La courbe $\mathscr{C}_g$ est donc en dessous de ses tangentes et, en particulier en dessous de sa tangente au point d'abscisse 0. Or $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$ donc la tangente au point d'abscisse 0 admet pour équation $y = 1(x - 0) + 0$, soit $y = x$. On en déduit que, pour tout $x \in]-\infty\,; 2[$:

$$\boxed{g(x) \leqslant x}$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

3. **Affirmation 5 : Faux**

   Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

3. **Affirmation 5 : Faux**

   Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

   On a $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} h(x) = 0$ par croissances comparées

3. **Affirmation 5 : Faux**
   Soit h la fonction définie, pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, par
   $h(x) = x\ln(x)$.
   On a $\displaystyle\lim_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

3. **Affirmation 5 : Faux**
   Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par
   $h(x) = x\ln(x)$.
   On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.
   De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et,

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \longrightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$h'(x) =$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$h'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $\left]0\,;+\infty\right[$ et, pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln(x) + 1 \end{aligned}$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

   Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

   On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

   De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln(x) + 1 \end{aligned}$$

   On a alors :

$$h'(x) \geqslant 0 \Longleftrightarrow$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x\to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln(x) + 1 \end{aligned}$$

On a alors :

$$h'(x) \geqslant 0 \iff \ln(x) + 1 \geqslant 0$$

3. **Affirmation 5 : Faux**

Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.

On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.

De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln(x) + 1 \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} h'(x) \geqslant 0 &\iff \ln(x) + 1 \geqslant 0 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -1 \end{aligned}$$

3. **Affirmation 5 : Faux**
Soit h la fonction définie, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, par $h(x) = x\ln(x)$.
On a $\lim\limits_{x \to 0} h(x) = 0$ par croissances comparées et $\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = +\infty$.
De plus la fonction h est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln(x) + 1 \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} h'(x) \geqslant 0 &\iff \ln(x) + 1 \geqslant 0 \\ &\iff \ln(x) \geqslant -1 \\ &\iff x \geqslant \mathrm{e}^{-1} \end{aligned}$$

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\Vert$ 0	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\|$ 0	$\searrow$	$-e^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\Vert$ 0	$\searrow$	$-e^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

- L'équation $h(x) = 1$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $\left]0\,;\, e^{-1}\right]$.

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\|\|$ 0	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

- L'équation $h(x) = 1$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $\left]0\,;\,\mathrm{e}^{-1}\right]$.
- D'après le théorème des valeurs intermédiaires,

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\Vert$ 0	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

- L'équation $h(x) = 1$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $\left]0\,;\,\mathrm{e}^{-1}\right]$.
- D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 1$

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\Vert$ 0	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

- L'équation $h(x) = 1$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $\left]0\,;\,\mathrm{e}^{-1}\right]$.
- D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}^{-1}\,;\,+\infty\right[$.

D'où le tableau :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$	‖ 0	$\searrow$	$-\mathrm{e}^{-1}$	$\nearrow$	$+\infty$

On déduit du tableau de variations que :

- L'équation $h(x) = 1$ n'admet pas de solution sur l'intervalle $\left]0\,;\,\mathrm{e}^{-1}\right]$.
- D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $h(x) = 1$ admet une unique solution sur l'intervalle $\left[\mathrm{e}^{-1}\,;\,+\infty\right[$.

Finalement, l'équation $x \ln x = 1$ admet une unique solution sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.