Métropole - 20 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1

Exercice 1

1. On sait que :

Exercice 1

1. On sait que :
    - 91,7 % des étudiants ont répondu « oui » donc :

Exercice 1

1. On sait que :
    - 91,7 % des étudiants ont répondu « oui » donc :

$$\boxed{P(Q) = 0,917}$$

Exercice 1

1. On sait que :
   - 91,7 % des étudiants ont répondu « oui » donc :

$$\boxed{P(Q) = 0,917}$$

   - 65 % des étudiants ayant échoué ont répondu « non » donc :

1. On sait que :
   - 91,7 % des étudiants ont répondu « oui » donc :

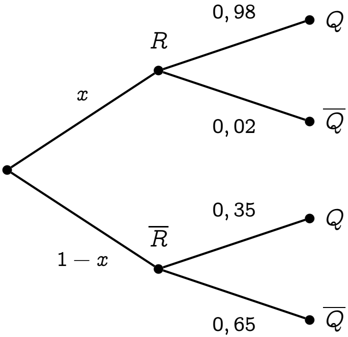
   $$\boxed{P(Q) = 0,917}$$

   - 65 % des étudiants ayant échoué ont répondu « non » donc :

   $$\boxed{P_{\overline{R}}(\overline{Q}) = 0,65}$$

2. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :

2. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :



2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc,

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(Q) =$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(Q) = P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q)$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(Q) &= P(R)\times P_R(Q)+P(\overline{R})\times P_{\overline{R}}(Q)\\ &= x\times 0,98+(1-x)\times 0,35\\ &= 0,98x+0,35-0,35x\end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1-x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35 \end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35 \end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$,

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35 \end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\
&= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \\
&= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\
&= 0,63x + 0,35
\end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$0,63x + 0,35 = 0,917 \Longleftrightarrow$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q)\\ &= x \times 0,98 + (1-x) \times 0,35\\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x\\ &= 0,63x + 0,35\end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$0,63x + 0,35 = 0,917 \Longleftrightarrow 0,63x = 0,917 - 0,35$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\
&= x \times 0,98 + (1-x) \times 0,35 \\
&= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\
&= 0,63x + 0,35
\end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned}
0,63x + 0,35 = 0,917 &\Longleftrightarrow 0,63x = 0,917 - 0,35 \\
&\Longleftrightarrow 0,63x = 0,567
\end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1-x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35 \end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned} 0,63x + 0,35 = 0,917 &\iff 0,63x = 0,917 - 0,35 \\ &\iff 0,63x = 0,567 \\ &\iff x = \frac{0,567}{0,63} \end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35 \end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned} 0,63x + 0,35 = 0,917 &\iff 0,63x = 0,917 - 0,35 \\ &\iff 0,63x = 0,567 \\ &\iff x = \frac{0,567}{0,63} \\ &\iff x = 0,9 \end{aligned}$$

2. (b) Les événements R et $\overline{R}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}P(Q) &= P(R) \times P_R(Q) + P(\overline{R}) \times P_{\overline{R}}(Q) \\ &= x \times 0,98 + (1 - x) \times 0,35 \\ &= 0,98x + 0,35 - 0,35x \\ &= 0,63x + 0,35\end{aligned}$$

Or, d'après l'énoncé, on sait que $P(Q) = 0,917$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned}0,63x + 0,35 = 0,917 &\iff 0,63x = 0,917 - 0,35 \\ &\iff 0,63x = 0,567 \\ &\iff x = \frac{0,567}{0,63} \\ &\iff x = 0,9\end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{x = 0,9}$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$P_Q(R) =$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$P_Q(R) = \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)}$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$\begin{aligned} P_Q(R) &= \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{P(R) \times P_R(Q)}{P(Q)} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$\begin{aligned} P_Q(R) &= \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{P(R) \times P_R(Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,98}{0,917} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$\begin{aligned} P_Q(R) &= \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{P(R) \times P_R(Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,98}{0,917} \\ &\approx 0,962 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$\begin{aligned} P_Q(R) &= \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{P(R) \times P_R(Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,98}{0,917} \\ &\approx 0,962 \end{aligned}$$

Sachant que l'étudiant a répondu « oui » à la question, la probabilité qu'il ait réussi l'examen est donc :

3. Il s'agit de calculer $P_Q(R)$:

$$\begin{aligned} P_Q(R) &= \frac{P(R \cap Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{P(R) \times P_R(Q)}{P(Q)} \\ &= \frac{0,9 \times 0,98}{0,917} \\ &\approx 0,962 \end{aligned}$$

Sachant que l'étudiant a répondu « oui » à la question, la probabilité qu'il ait réussi l'examen est donc :

$$\boxed{P_Q(R) \approx 0,962}$$

4. Il s'agit de déterminer un entier k tel que $P(N \geqslant k) \approx 0,65$.

4. Il s'agit de déterminer un entier k tel que $P(N \geqslant k) \approx 0,65$. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

4. Il s'agit de déterminer un entier k tel que $P(N \geqslant k) \approx 0,65$. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(N \geqslant 12) \approx 0,65}$$

4. Il s'agit de déterminer un entier k tel que $P(N \geqslant k) \approx 0,65$. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(N \geqslant 12) \approx 0,65}$$

Afin qu'environ 65 % des étudiants soient récompensés,

4. Il s'agit de déterminer un entier k tel que $P(N \geqslant k) \approx 0,65$. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(N \geqslant 12) \approx 0,65}$$

Afin qu'environ 65 % des étudiants soient récompensés, elle doit attribuer les récompenses à partir de la note de 12.

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$.

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc $E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance $V(N) =$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p)$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355.$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) =$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N)$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) =$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) = 10 \times V(N)$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) = 10 \times V(N) = 4,7355 \times 10$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) = 10 \times V(N) = 4,7355 \times 10 = 47,355$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) = 10 \times V(N) = 4,7355 \times 10 = 47,355$$

Soit :

$$\boxed{E(S) = 123}$$

5. La variable aléatoire N suit une loi binomiale de paramètres $n = 20$ et $p = 0,615$. Son espérance est donc
$E(N) = vn \times p = 20 \times 0,615 = 12,3$ et sa variance
$V(N) = n \times p \times (1 - p) = 20 \times 0,615 \times 0,385 = 4,7355$.
Les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} suivent toutes la même loi que N, on a donc :

$$E(S) = 10 \times E(N) = 10 \times 12,3 = 123$$

Et comme les variables aléatoires N_1, N_2, ..., N_{10} sont indépendantes, on a :

$$V(S) = 10 \times V(N) = 4,7355 \times 10 = 47,355$$

Soit :

$$\boxed{E(S) = 123} \quad \text{et} \quad \boxed{V(S) = 47,355}$$

6. (a) La variable aléatoire M modélise :

6. (a) La variable aléatoire M modélise :

$$\boxed{\text{La moyenne du groupe des dix étudiants}}$$

6. (b) On sait alors, d'après le cours,

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) =$

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) = E(N)$

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) = E(N)$ et que
$V(M) =$

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) = E(N)$ et que $V(M) = \dfrac{1}{10} \times V(N)$

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) = E(N)$ et que $V(M) = \frac{1}{10} \times V(N)$, soit :

$$\boxed{E(M) = 12,3}$$

6. (b) On sait alors, d'après le cours, que $E(M) = E(N)$ et que $V(M) = \dfrac{1}{10} \times V(N)$, soit :

$$\boxed{E(M) = 12,3} \quad \text{et} \quad \boxed{V(M) = 0,47355}$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

Soit :

$$P\left(|M - 12,3| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{0,47355}{4}$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

Soit :

$$P\left(|M - 12,3| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{0,47355}{4}$$

Et par passage à l'événement contraire :

$$P\left(|M - 12,3| < 2\right) \leqslant 1 - \frac{0,47355}{4}$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

Soit :

$$P\left(|M - 12,3| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{0,47355}{4}$$

Et par passage à l'événement contraire :

$$P\left(|M - 12,3| < 2\right) \leqslant 1 - \frac{0,47355}{4}$$

Soit :

$$P\left(12,3 - 2 < M < 12,3 + 2\right) \geqslant 0,8816125$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

Soit :

$$P\left(|M - 12,3| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{0,47355}{4}$$

Et par passage à l'événement contraire :

$$P\left(|M - 12,3| < 2\right) \leqslant 1 - \frac{0,47355}{4}$$

Soit :

$$P\left(12,3 - 2 < M < 12,3 + 2\right) \geqslant 0,8816125$$

Et donc :

$$\boxed{P\left(10,3 < M < 14,3\right) \geqslant 0,8816125}$$

6. (c) D'après l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, on a :

$$P\left(|M - E(M)| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{V(M)}{2^2}$$

Soit :

$$P\left(|M - 12,3| \geqslant 2\right) \leqslant \frac{0,47355}{4}$$

Et par passage à l'événement contraire :

$$P\left(|M - 12,3| < 2\right) \leqslant 1 - \frac{0,47355}{4}$$

Soit :

$$P\left(12,3 - 2 < M < 12,3 + 2\right) \geqslant 0,8816125$$

Et donc :

$$\boxed{P\left(10,3 < M < 14,3\right) \geqslant 0,8816125}$$

La probabilité que la moyenne des notes de dix étudiants pris au hasard soit strictement comprise entre 10,3 et 14,3 est donc supérieure à 0,8.

Exercice 2 - Partie A

Exercice 2 - Partie A

1. Alain ajoute 15 g,

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg

Exercice 2 - Partie A

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3 soit 50 000 L.

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3 soit 50 000 L. On a alors :

$$\frac{15\,000}{50\,000} =$$

Exercice 2 - Partie A

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3 soit 50 000 L. On a alors :

$$\frac{15\,000}{50\,000} = 0,3$$

Exercice 2 - Partie A

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3 soit 50 000 L. On a alors :

$$\frac{15\,000}{50\,000} = 0,3$$

L'ajout de 15 g pour 50 m^3

Exercice 2 - Partie A

1. Alain ajoute 15 g, soit 15 000 mg et la piscine contient 50 m^3 soit 50 000 L. On a alors :

$$\frac{15\,000}{50\,000} = 0,3$$

L'ajout de 15 g pour 50 m^3 fait donc bien augmenter le taux de $0,3$ mg.L^{-1}.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

$$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

  $$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

  Puis, en ajoutant $0,3$:

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

  $$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

  Puis, en ajoutant $0,3$:

  $$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n,
$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

  $$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

  Puis, en ajoutant $0,3$:

  $$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$

  Soit :

  $$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

$$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

Puis, en ajoutant $0,3$:

$$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$

Soit :

$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$

Et donc a fortiori :

$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$

On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :

$$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$

Puis, en ajoutant $0,3$:

$$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$

Soit :

$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$

Et donc a fortiori :

$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$
On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :
$$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$
Puis, en ajoutant $0,3$:
$$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$
Soit :
$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$
Et donc a fortiori :
$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$
La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire,

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
$$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$
On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :
$$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$
Puis, en ajoutant $0,3$:
$$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$
Soit :
$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$
Et donc a fortiori :
$$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$
La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$
  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :
  $$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$
  Puis, en ajoutant $0,3$:
  $$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$
  Soit :
  $$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$
  Et donc a fortiori :
  $$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$
  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On a montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

2. (a) Montrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $v_0 = 0,7$ et $v_1 = 0,944$. On a donc $v_0 \leqslant v_1 \leqslant 4$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4$$
  On a alors, en multipliant par $0,92$ qui est positif :
  $$0,92v_n \leqslant 0,92v_{n+1} \leqslant 3,68$$
  Puis, en ajoutant $0,3$:
  $$0,92v_n + 0,3 \leqslant 0,92v_{n+1} + 0,3 \leqslant 3,98$$
  Soit :
  $$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 3,98$$
  Et donc a fortiori :
  $$v_{n+1} \leqslant v_{n+2} \leqslant 4$$
  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On a montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:
  $$\boxed{v_n \leqslant v_{n+1} \leqslant 4}$$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe,

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$.

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$0,92l + 0,3 = l \iff$$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$0,92l + 0,3 = l \Longleftrightarrow 0,08l = 0,3$$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 0,92l + 0,3 = l &\Longleftrightarrow 0,08l = 0,3 \\ &\Longleftrightarrow l = \frac{0,3}{0,08} \end{aligned}$$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.

De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 0,92l + 0,3 = l &\iff 0,08l = 0,3 \\ &\iff l = \frac{0,3}{0,08} \\ &\iff l = 3,75 \end{aligned}$$

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 0,92l + 0,3 = l &\iff 0,08l = 0,3 \\ &\iff l = \frac{0,3}{0,08} \\ &\iff l = 3,75 \end{aligned}$$

La suite (v_n) converge donc vers :

2. (b) D'après la question précédente, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- $v_n \leqslant v_{n+1}$ donc la suite (v_n) est croissante.
- $v_n \leqslant 4$ donc la suite (v_n) est majorée par 4.

La suite (v_n) est croissante et majorée donc elle converge vers une limite l inférieure ou égale à 4.
De plus, on sait qu'alors (v_n) converge vers un point fixe, c'est-à-dire un réel l qui vérifie $0,92l + 0,3 = l$. Résolvons cette équation :

$$\begin{aligned} 0,92l + 0,3 = l &\iff 0,08l = 0,3 \\ &\iff l = \frac{0,3}{0,08} \\ &\iff l = 3,75 \end{aligned}$$

La suite (v_n) converge donc vers :

$$\boxed{l = 3,75}$$

3. À long terme, le taux de chlore ne sera pas conforme à la préconisation des piscinistes car il va se rapprocher de $3,75$ mg.L^{-1}

3. À long terme, le taux de chlore ne sera pas conforme à la préconisation des piscinistes car il va se rapprocher de $3,75$ mg.L^{-1} et dépassera donc 3 mg.L^{-1}.

4. On complète l'algorithme de la façon suivante :

4. On complète l'algorithme de la façon suivante :

```
def alerte_chlore(s) :
  n = 0
  v = 0.7
  while v <= s :
    n = n+1
    v = 0,92*v + 0.3
  return n
```

5. En exécutant l'instruction `alerte_chlore(3)`

5. En exécutant l'instruction `alerte_chlore(3)` on obtient la valeur :

5. En exécutant l'instruction `alerte_chlore(3)` on obtient la valeur :

$$\boxed{17}$$

5. En exécutant l'instruction `alerte_chlore(3)` on obtient la valeur :

$$\boxed{17}$$

Cela signifie que la taux de chlore dépassera 3 mg.L^{-1} après 17 jours de traitement.

Partie B

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.
   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.
   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

     $$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} =$

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08}$

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.
    - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

    - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \frac{q}{50}$.
   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ admet pour solution particulière constante la fonction :

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

   $$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ admet pour solution particulière constante la fonction :

   $$x \mapsto \frac{q}{4}$$

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

- L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

$$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

- On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ admet pour solution particulière constante la fonction :

$$x \mapsto \frac{q}{4}$$

- Les solutions de l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

   $$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ admet pour solution particulière constante la fonction :

   $$x \mapsto \frac{q}{4}$$

   - Les solutions de l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ sont donc les fonctions de la forme :

Partie B

1. Résolvons l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$.

   - L'équation homogène associée $y' = -0,08y$ admet pour solutions les fonctions de la forme :

   $$x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

   - On a $\dfrac{\frac{q}{50}}{0,08} = \dfrac{q}{50 \times 0,08} = \dfrac{q}{4}$ donc l'équation $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ admet pour solution particulière constante la fonction :

   $$x \mapsto \frac{q}{4}$$

   - Les solutions de l'équation différentielle $y' = -0,08y + \dfrac{q}{50}$ sont donc les fonctions de la forme :

   $$\boxed{x \mapsto C\mathrm{e}^{-0,08x} + \frac{q}{4}} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

2. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{q}{4}}$$

2. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{q}{4}} \quad \text{car} \quad \lim_{x \to +\infty} \mathrm{e}^{-0,08x} = 0$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \Longleftrightarrow$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} C + \dfrac{q}{4} = 0,7 \\ \dfrac{q}{4} = 2 \end{cases}$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} C + \dfrac{q}{4} = 0,7 \\ \dfrac{q}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = 0,7 - \dfrac{q}{4} \\ q = 8 \end{cases}$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} C + \dfrac{q}{4} = 0,7 \\ \dfrac{q}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = 0,7 - \dfrac{q}{4} \\ q = 8 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = -1,3 \\ q = 8 \end{cases}$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} C + \dfrac{q}{4} = 0,7 \\ \dfrac{q}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = 0,7 - \dfrac{q}{4} \\ q = 8 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = -1,3 \\ q = 8 \end{cases}$$

Soit :

$$\boxed{\begin{cases} C = -1,3 \\ q = 8 \end{cases}}$$

2. (b) Il s'agit de déterminer les valeurs de C et q telles que $f(0) = 0,7$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$:

$$\begin{cases} f(0) = 0,7 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} C + \dfrac{q}{4} = 0,7 \\ \dfrac{q}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = 0,7 - \dfrac{q}{4} \\ q = 8 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} C = -1,3 \\ q = 8 \end{cases}$$

Soit :

$$\boxed{\begin{cases} C = -1,3 \\ q = 8 \end{cases}}$$

On a alors : $\boxed{f(x) = -1,3e^{-0,08x} + 2}$

Exercice 3 - Partie A

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;-2)$ donc :

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;-2)$ donc :

$$\boxed{f(-1) = -2}$$

Exercice 3 - Partie A

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;-2)$ donc :

   $$\boxed{f(-1) = -2}$$

   La tangente au point d'abscisse -1 passe par les points $B(-1\,;-2)$ et $A(0\,;-1)$.

Exercice 3 - Partie A

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;\,-2)$ donc :

$$\boxed{f(-1) = -2}$$

La tangente au point d'abscisse -1 passe par les points $B(-1\,;\,-2)$ et $A(0\,;\,-1)$. Son coefficient directeur est donc égal à :

Exercice 3 - Partie A

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;\,-2)$ donc :

$$\boxed{f(-1) = -2}$$

La tangente au point d'abscisse -1 passe par les points $B(-1\,;\,-2)$ et $A(0\,;\,-1)$. Son coefficient directeur est donc égal à :

$$\frac{-1-(-2)}{0-(-1)} = \frac{1}{1} = 1$$

Exercice 3 - Partie A

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par le point $B(-1\,;-2)$ donc :

$$\boxed{f(-1) = -2}$$

La tangente au point d'abscisse -1 passe par les points $B(-1\,;-2)$ et $A(0\,;-1)$. Son coefficient directeur est donc égal à :

$$\frac{-1-(-2)}{0-(-1)} = \frac{1}{1} = 1$$

Soit :

$$\boxed{f'(-1) = 1}$$

2. La courbe $\mathscr{C}_f$ semble être

2. La courbe $\mathscr{C}_f$ semble être concave puis convexe.

3. A priori, la courbe $\mathscr{C}_f$ ne coupe l'axe des abscisse qu'en un point.

3. A priori, la courbe $\mathscr{C}_f$ ne coupe l'axe des abscisse qu'en un point. On peut donc conjecturer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution :

3. A priori, la courbe $\mathscr{C}_f$ ne coupe l'axe des abscisse qu'en un point. On peut donc conjecturer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution :

$$\boxed{x \approx 0,1}$$

Partie B

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty}$$

Partie B

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow -2} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \longrightarrow -2} (x^2 - 2x - 1) = -1 \\ \lim\limits_{x \longrightarrow -2} \ln(x + 2) = -\infty \end{cases}$$

Partie B

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -2} (x^2 - 2x - 1) = -1 \\ \lim\limits_{x \to -2} \ln(x+2) = -\infty \end{cases}$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet donc :

1. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -2} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -2} (x^2 - 2x - 1) = -1 \\ \lim\limits_{x \to -2} \ln(x+2) = -\infty \end{cases}$$

La courbe $\mathscr{C}_f$ admet donc :

$$\boxed{\text{Une asymptote verticale d'équation } x = -2}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$f'(x) =$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$f'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+2}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 2 + \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{(2x+2)(x+2)+1}{x+2} \end{aligned}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 2 + \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{(2x+2)(x+2)+1}{x+2} \\ &= \frac{2x^2+4x+2x+4+1}{x+2} \end{aligned}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 2 + \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{(2x+2)(x+2)+1}{x+2} \\ &= \frac{2x^2+4x+2x+4+1}{x+2} \\ &= \frac{2x^2+6x+5}{x+2} \end{aligned}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x + 2 + \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{(2x+2)(x+2)+1}{x+2} \\ &= \frac{2x^2+4x+2x+4+1}{x+2} \\ &= \frac{2x^2+6x+5}{x+2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \frac{2x^2+6x+5}{x+2}}$$

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$,

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$.

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;\,+\infty[$

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$ donc $f'(x) > 0$ sur $]-2\,;+\infty[$.

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$ donc $f'(x) > 0$ sur $]-2\,;+\infty[$. On en déduit que :

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$ donc $f'(x) > 0$ sur $]-2\,;+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-2\,;+\infty[}$$

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$ donc $f'(x) > 0$ sur $]-2\,;+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-2\,;+\infty[}$$

On a donc le tableau :

3. Le polynôme $2x^2 + 6x + 5$ admet pour discriminant $\Delta = -4$, il n'a donc aucune racine réelle et est strictement positif sur $\mathbb{R}$. De plus, $x + 2$ est strictement positif sur $]-2\,;+\infty[$ donc $f'(x) > 0$ sur $]-2\,;+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est strictement croissante sur }]-2\,;+\infty[}$$

On a donc le tableau :

x	-2		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	$\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$,

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante.

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in\,]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

4. Sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in \,]-\infty\,;\,+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;\,+\infty[$.

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in \,]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.

   On a :

   - $f(0,11) \approx -0,02$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in\ ]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.

   On a :

   - $f(0,11) \approx -0,02 < 0$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in\ ]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.

   On a :

   - $f(0,11) \approx -0,02 < 0$
   - $f(0,12) \approx 0,0058$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
On a :
   - $f(0,11) \approx -0,02 < 0$
   - $f(0,12) \approx 0,0058 > 0$

4. Sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Or $0 \in]-\infty\,;+\infty[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
On a :
   - $f(0,11) \approx -0,02 < 0$
   - $f(0,12) \approx 0,0058 > 0$

   Donc :

$$\boxed{0,11 < \alpha < 0,12}$$

5. f est strictement croissante sur $]-2\,;+\infty[$

5. f est strictement croissante sur $]-2\,;+\infty[$ et s'annule en α.

5. f est strictement croissante sur $]-2\,;+\infty[$ et s'annule en α. On a donc le tableau :

5. f est strictement croissante sur $]-2\,;+\infty[$ et s'annule en α. On a donc le tableau :

x	-2		α		$+\infty$
$f(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$:

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in\ ]-2\,;+\infty[$:

$$f''(x) =$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in \,]-2\,;+\infty[$:

$$f''(x) = \frac{(4x+6)(x+2) - (2x^2+6x+5) \times 1}{(x+2)^2}$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$:

$$f''(x) = \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2}$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

Le polynôme $2x^2+8x+7$ admet deux racines réelles :

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in \,]-2\,;+\infty[$:

$$f''(x) = \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2}$$

Le polynôme $2x^2+8x+7$ admet deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{2}}{2}$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

Le polynôme $2x^2+8x+7$ admet deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{2}}{2} \approx -2,71$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2} \end{aligned}$$

Le polynôme $2x^2+8x+7$ admet deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{2}}{2} \approx -2,71 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+\sqrt{2}}{2}$$

6. La fonction f' est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$:

$$f''(x) = \frac{(4x+6)(x+2)-(2x^2+6x+5)\times 1}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{4x^2+8x+6x+12-2x^2-6x-5}{(x+2)^2}$$
$$= \frac{2x^2+8x+7}{(x+2)^2}$$

Le polynôme $2x^2+8x+7$ admet deux racines réelles :

$$x_1 = \frac{-4-\sqrt{2}}{2} \approx -2,71 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-4+\sqrt{2}}{2} \approx -1,29$$

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines.

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. Et comme $(x+2)^2$ est positif, on a le tableau :

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. Et comme $(x+2)^2$ est positif, on a le tableau :

x	-2		x_2		$+\infty$
$f''(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
f	$\|$	concave		convexe	

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. Et comme $(x+2)^2$ est positif, on a le tableau :

x	-2		x_2		$+\infty$
$f''(x)$	||	$-$	0	$+$	
f	||	concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en x_2.

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. Et comme $(x+2)^2$ est positif, on a le tableau :

x	-2		x_2		$+\infty$
$f''(x)$	‖	$-$	0	$+$	
f	‖	concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en x_2. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet donc un unique point d'inflexion au point d'abscisse :

Et il est positif à l'extérieur de l'intervalle des racines. Et comme $(x+2)^2$ est positif, on a le tableau :

x	-2		x_2		$+\infty$
$f''(x)$	||	$-$	0	$+$	
f	||	concave		convexe	

La dérivée seconde s'annule en changeant de signe en x_2. La courbe $\mathscr{C}_f$ admet donc un unique point d'inflexion au point d'abscisse :

$$\boxed{\frac{-4+\sqrt{2}}{2}}$$

Partie C

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$ donc, pour tout $x > -2$:

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$ donc, pour tout $x > -2$:

$$h(x) =$$

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$ donc, pour tout $x > -2$:

$$h(x) = JM^2$$

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$ donc, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} h(x) &= JM^2 \\ &= (x-0)^2 + (\ln(x+2)-1)^2 \end{aligned}$$

Partie C

1. On a $J(0\,;\,1)$ et $M(x\,;\,\ln(x+2))$ donc, pour tout $x > -2$:

$$\begin{aligned} h(x) &= JM^2 \\ &= (x-0)^2 + (\ln(x+2) - 1)^2 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{h(x) = x^2 + [\ln(x+2) - 1]^2}$$

2. (a) Pour tout $x \in \left]-2\,;+\infty\right[$, $x+2>0$

2. (a) Pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$, $x+2>0$ donc $h'(x)$ est du signe de $f(x)$.

2. (a) Pour tout $x \in \,]-2\,;\,+\infty[$, $x+2>0$ donc $h'(x)$ est du signe de $f(x)$.
On a donc le tableau :

2. (a) Pour tout $x \in \left]-2\,;+\infty\right[$, $x+2>0$ donc $h'(x)$ est du signe de $f(x)$.
On a donc le tableau :

x	-2		α		$+\infty$
$h'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$h(\alpha)$	$\nearrow$	

2. (b) La distance JM étant positive,

2. (b) La distance JM étant positive, elle est minimale lorsque son carré est minimal,

2. (b) La distance JM étant positive, elle est minimale lorsque son carré est minimal, c'est-à-dire lorsque la valeur de $h(x)$ est minimale.

2. (b) La distance JM étant positive, elle est minimale lorsque son carré est minimal, c'est-à-dire lorsque la valeur de $h(x)$ est minimale. D'après le tableau de variations, h atteint son minimum en α.

2. (b) La distance JM étant positive, elle est minimale lorsque son carré est minimal, c'est-à-dire lorsque la valeur de $h(x)$ est minimale. D'après le tableau de variations, h atteint son minimum en α. On en déduit que :

2. (b) La distance JM étant positive, elle est minimale lorsque son carré est minimal, c'est-à-dire lorsque la valeur de $h(x)$ est minimale. D'après le tableau de variations, h atteint son minimum en α. On en déduit que :

$$\boxed{JM \text{ est minimale pour } x = \alpha}$$

3. (a) On sait que $f(\alpha) = 0$

3. (a) On sait que $f(\alpha) = 0$, c'est-à-dire que :

$$\alpha^2 + 2\alpha - 1 + \ln(\alpha + 2) = 0$$

3. (a) On sait que $f(\alpha) = 0$, c'est-à-dire que :

$$\alpha^2 + 2\alpha - 1 + \ln(\alpha + 2) = 0$$

Et donc que :

3. (a) On sait que $f(\alpha) = 0$, c'est-à-dire que :

$$\alpha^2 + 2\alpha - 1 + \ln(\alpha + 2) = 0$$

Et donc que :

$$\boxed{\ln(\alpha + 2) = 1 - 2\alpha - \alpha^2}$$

3. (b) • La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$,

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$.

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) =$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$,

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha + 2}$$

- On a $J(0\,;\,1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;\,g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\,\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;\,1-2\alpha-\alpha^2)$.

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$m_\alpha =$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$m_\alpha = \frac{y_{M_\alpha} - y_J}{x_{M_\alpha} - x_J}$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,; g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,; \ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,; 1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_{M_\alpha} - y_J}{x_{M_\alpha} - x_J} \\ &= \frac{1-2\alpha-\alpha^2-1}{\alpha-0} \end{aligned}$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\ ]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,; g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,; \ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,; 1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_{M_\alpha}-y_J}{x_{M_\alpha}-x_J} \\ &= \frac{1-2\alpha-\alpha^2-1}{\alpha-0} \\ &= \frac{-2\alpha-\alpha^2}{\alpha} \end{aligned}$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_{M_\alpha} - y_J}{x_{M_\alpha} - x_J} \\ &= \frac{1-2\alpha-\alpha^2-1}{\alpha-0} \\ &= \frac{-2\alpha-\alpha^2}{\alpha} \\ &= \frac{\alpha(-2-\alpha)}{\alpha} \end{aligned}$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in \,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_{M_\alpha}-y_J}{x_{M_\alpha}-x_J} \\ &= \frac{1-2\alpha-\alpha^2-1}{\alpha-0} \\ &= \frac{-2\alpha-\alpha^2}{\alpha} \\ &= \frac{\alpha(-2-\alpha)}{\alpha} \\ &= -2-\alpha \end{aligned}$$

3. (b)

- La fonction g est dérivable sur $]-2\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]-2\,;+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_g$ au point M_α est donc :

$$g'(\alpha) = \frac{1}{\alpha+2}$$

- On a $J(0\,;1)$ et $M_\alpha(\alpha\,;g(\alpha))$, soit $M_\alpha(\alpha\,;\ln(\alpha+2))$ et donc, d'après la question précédente $M_\alpha(\alpha\,;1-2\alpha-\alpha^2)$. Calculons le coefficient directeur m_α de la droite (JM_α) :

$$\begin{aligned} m_\alpha &= \frac{y_{M_\alpha}-y_J}{x_{M_\alpha}-x_J} \\ &= \frac{1-2\alpha-\alpha^2-1}{\alpha-0} \\ &= \frac{-2\alpha-\alpha^2}{\alpha} \\ &= \frac{\alpha(-2-\alpha)}{\alpha} \\ &= -2-\alpha \\ &= -(\alpha+2) \end{aligned}$$

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

$$g'(\alpha) \times m_\alpha =$$

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

$$g'(\alpha) \times m_\alpha = \frac{1}{\alpha + 2} \times (-(\alpha + 2))$$

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

$$g'(\alpha) \times m_\alpha = \frac{1}{\alpha + 2} \times (-(\alpha + 2)) = -1$$

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

$$g'(\alpha) \times m_\alpha = \frac{1}{\alpha + 2} \times (-(\alpha + 2)) = -1$$

On en déduit que :

- Calculons alors le produit des coefficients directeurs :

$$g'(\alpha) \times m_\alpha = \frac{1}{\alpha + 2} \times (-(\alpha + 2)) = -1$$

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La tangente à } \mathscr{C}_g \text{ au point } M_\alpha \text{ et la droite } (JM_\alpha) \text{ sont perpendiculaires}}$$

Exercice 4

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$

- **Affirmation 1 : Vrai**

On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0-2\\0-0\\4-0\end{pmatrix}$

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0-2\\0-0\\4-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix}$.

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0-2\\0-0\\4-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires

Exercice 4

- **Affirmation 1 : Vrai**

  On a $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-2\\4-0\\1-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}0-2\\0-0\\4-0\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-2\\0\\4\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires donc les points A, C et D définissent un plan.

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$.

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} =$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1 = 16 - 20 + 4 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD} =$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4=-16+0+16$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4=-16+0+16=0$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4=-16+0+16=0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x-5y+4z+d=0$.

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4=-16+0+16=0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x-5y+4z+d=0$. Et comme le point $A(2\,;0\,;0)$, par exemple, appartient à ce plan,

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1 = 16 - 20 + 4 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD} = 8 \times (-2) + (-5) \times 0 + 4 \times 4 = -16 + 0 + 16 = 0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x - 5y + 4z + d = 0$. Et comme le point $A(2\,;\,0\,;\,0)$, par exemple, appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1 = 16 - 20 + 4 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD} = 8 \times (-2) + (-5) \times 0 + 4 \times 4 = -16 + 0 + 16 = 0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x - 5y + 4z + d = 0$. Et comme le point $A(2\,;\,0\,;\,0)$, par exemple, appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation donc $8 \times 2 - 5 \times 0 + 4 \times 0 + d = 0$

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 8 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1 = 16 - 20 + 4 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD} = 8 \times (-2) + (-5) \times 0 + 4 \times 4 = -16 + 0 + 16 = 0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x - 5y + 4z + d = 0$. Et comme le point $A(2\,;0\,;0)$, par exemple, appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation donc $8 \times 2 - 5 \times 0 + 4 \times 0 + d = 0$ soit $d = -16$.

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x-5y+4z-16=0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC}=8\times 2+(-5)\times 4+4\times 1=16-20+4=0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD}=8\times(-2)+(-5)\times 0+4\times 4=-16+0+16=0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x-5y+4z+d=0$. Et comme le point $A(2\,;0\,;0)$, par exemple, appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation donc $8\times 2-5\times 0+4\times 0+d=0$ soit $d=-16$. Le plan (ACD) admet donc bien pour équation cartésienne

Soit alors $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}8\\-5\\4\end{pmatrix}$ un vecteur normal au plan d'équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 8 \times 2 + (-5) \times 4 + 4 \times 1 = 16 - 20 + 4 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AD} = 8 \times (-2) + (-5) \times 0 + 4 \times 4 = -16 + 0 + 16 = 0$

Le plan (ACD) admet donc une équation de la forme $8x - 5y + 4z + d = 0$. Et comme le point $A(2\,;0\,;0)$, par exemple, appartient à ce plan, ses coordonnées vérifient l'équation donc $8 \times 2 - 5 \times 0 + 4 \times 0 + d = 0$ soit $d = -16$. Le plan (ACD) admet donc bien pour équation cartésienne $8x - 5y + 4z - 16 = 0$.

- **Affirmation 2 : Faux**

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$.

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation,

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation, en effet
  $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 =$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation, en effet $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 = -24$

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation, en effet
  $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 = -24 \neq 0$.

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation, en effet $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 = -24 \neq 0$. Le point B n'appartient donc pas au plan (ACD).

- **Affirmation 2 : Faux**
  Le plan (ABC) admet pour équation $8x - 5y + 4z - 16 = 0$. Or les coordonnées du point B ne vérifient pas cette équation, en effet $8 \times 0 - 5 \times 4 + 4 \times 3 - 16 = -24 \neq 0$. Le point B n'appartient donc pas au plan (ACD). On en déduit que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

- **Affirmation 3 : Vrai**

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur,

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

  $$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

  La droite (BH) passe par $B(0\,;4\,;3)$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

  $$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

  La droite (BH) passe par $B(0\,;4\,;3)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-1\\-3\\-1\end{pmatrix}$

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases} \qquad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

  La droite (BH) passe par $B(0\,;4\,;3)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-1\\-3\\-1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

- **Affirmation 3 : Vrai**

  La droite (AC) passe par $A(2\,;0\,;0)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\4\\1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

  $$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4t \\ z = t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

  La droite (BH) passe par $B(0\,;4\,;3)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{BH}\begin{pmatrix}-1\\-3\\-1\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur, elle admet donc pour représentation paramétrique :

  $$\begin{cases} x = -t' \\ y = 4 - 3t' \\ z = 3 - t' \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff$$

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Les droites (AC) et (BH) sont donc sécantes.

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Les droites (AC) et (BH) sont donc sécantes. Le point d'intersection est le point de paramètre $t=-5$ dans la représentation paramétrique de (AC)

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Les droites (AC) et (BH) sont donc sécantes. Le point d'intersection est le point de paramètre $t=-5$ dans la représentation paramétrique de (AC) et de paramètre $t'=8$ dans celle de (BH),

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Les droites (AC) et (BH) sont donc sécantes. Le point d'intersection est le point de paramètre $t=-5$ dans la représentation paramétrique de (AC) et de paramètre $t'=8$ dans celle de (BH), c'est-à-dire le point de coordonnées :

Déterminons l'intersection de (AC) et (BH) :

$$\begin{cases} 2+2t=-t' \\ 4t=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases} \iff \begin{cases} 2+2(3-t')=-t' \\ 4(3-t')=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2+6-2t'=-t' \\ 12-4t'=4-3t' \\ t=3-t' \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t'=8 \\ t'=8 \\ t=-5 \end{cases}$$

Les droites (AC) et (BH) sont donc sécantes. Le point d'intersection est le point de paramètre $t=-5$ dans la représentation paramétrique de (AC) et de paramètre $t'=8$ dans celle de (BH), c'est-à-dire le point de coordonnées :

$$\boxed{(-8\,;-20\,;-5)}$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC),

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet

  $$-1-1+2\times 2-2=$$

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet

  $$-1 - 1 + 2 \times 2 - 2 = 0.$$

- **Affirmation 4 : Vrai**

  Le point H appartient au plan (ABC), en effet $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet
  $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.

- **Affirmation 4 : Vrai**

  Le point H appartient au plan (ABC), en effet $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.

  D'après son équation cartésienne, le plan (ABC) admet le vecteur $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal,

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet
  $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.
  D'après son équation cartésienne, le plan (ABC) admet le vecteur
  $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, soit le vecteur $\overrightarrow{HD}$.

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet
  $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.
  D'après son équation cartésienne, le plan (ABC) admet le vecteur
  $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, soit le vecteur $\overrightarrow{HD}$. Finalement, (HD)
  est perpendiculaire au plan (ABC)

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet
  $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\0-1\\4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$.
  D'après son équation cartésienne, le plan (ABC) admet le vecteur $\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, soit le vecteur $\overrightarrow{HD}$. Finalement, (HD) est perpendiculaire au plan (ABC) et H appartient au plan (ABC)

- **Affirmation 4 : Vrai**
  Le point H appartient au plan (ABC), en effet
  $-1-1+2\times 2-2=0$. On a $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}0-(-1)\\ 0-1\\ 4-2\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{HD}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$.
  D'après son équation cartésienne, le plan (ABC) admet le vecteur
  $\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 2\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, soit le vecteur $\overrightarrow{HD}$. Finalement, (HD) est perpendiculaire au plan (ABC) et H appartient au plan (ABC) donc H est le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC).