Asie - 11 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1 - Partie A

Exercice 1 - Partie A

1. - **Limite en** 0 **:**

Exercice 1 - Partie A

1. - **Limite en** 0 **:**

   On a :

   $$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0}$$

Exercice 1 - Partie A

1. - **Limite en 0 :**

   On a :

   $$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} x \ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

1. - **Limite en 0 :**

     On a :

     $$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} x\ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

   - **Limite en $+\infty$:**

Exercice 1 - Partie A

1. - **Limite en** 0 **:**

     On a :

     $$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} x \ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

   - **Limite en** $+\infty$ **:**

     Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

Exercice 1 - Partie A

1. - **Limite en 0 :**

     On a :

     $$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim_{x \to 0} x\ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

   - **Limite en $+\infty$:**

     Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

     $$f(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln(x)}{x}\right)$$

1. - **Limite en 0 :**

   On a :

$$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} x \ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

   - **Limite en $+\infty$:**

   Pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, on a :

$$f(x) = x^2 \left(1 - \frac{\ln(x)}{x}\right)$$

   Et donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$$

1. • **Limite en** 0 **:**

   On a :

$$\boxed{\lim_{x \to 0} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to 0} x^2 = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} x \ln(x) = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

   • **Limite en** $+\infty$ **:**

   Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = x^2 \left(1 - \frac{\ln(x)}{x}\right)$$

   Et donc :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} x^2 = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \textit{(par croissances comparées)} \end{cases}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) =$$

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = 2x - \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}\right)$$

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}\right) \\ &= 2x - (\ln(x) + 1) \end{aligned}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}\right) \\ &= 2x - (\ln(x) + 1) \\ &= 2x - \ln(x) - 1 \end{aligned}$$

2. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - \left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x}\right) \\ &= 2x - (\ln(x) + 1) \\ &= 2x - \ln(x) - 1 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = 2x - \ln(x) - 1}$$

3. La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$:

3. La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f''(x) =$$

3. La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$f''(x) = 2 - \frac{1}{x}$$

3. La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 - \frac{1}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

3. La fonction f' est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 2 - \frac{1}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f''(x) = \frac{2x-1}{x}}$$

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x - 1$.

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x - 1$.
On en déduit le tableau :

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x-1$.
On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x - 1$.
On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\|$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

Le minimum est atteint en $\dfrac{1}{2}$ et :

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x-1$.
On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

Le minimum est atteint en $\dfrac{1}{2}$ et :

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) =$$

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x - 1$.
On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

Le minimum est atteint en $\dfrac{1}{2}$ et :

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{2}\right) - 1$$

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x-1$.

On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

Le minimum est atteint en $\frac{1}{2}$ et :

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 1 + \ln(2) - 1$$

4. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $2x-1$.
On en déduit le tableau :

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$\Vert$	$\searrow$	$\ln(2)$	$\nearrow$	

Le minimum est atteint en $\frac{1}{2}$ et :

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = 1 + \ln(2) - 1 = \ln(2)$$

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$.

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$. Or $\ln(2) \approx 0,69$

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$. Or $\ln(2) \approx 0,69 > 0$

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$. Or $\ln(2) \approx 0,69 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$.

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$. Or $\ln(2) \approx 0,69 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]0\,;+\infty[$. On en déduit que :

5. D'après son tableau de variations, la fonction f' atteint son minimum en $\dfrac{1}{2}$ et ce minimum vaut $\ln(2)$. Or $\ln(2) \approx 0,69 > 0$ donc $f'(x) > 0$ pour tout $x \in]0\,;+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement croissante sur }]0\,;+\infty[}$$

Partie B

Partie B

1. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

1. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) =$$

1. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$g'(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

Partie B

1. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 - \frac{1}{x} \\ &= \frac{x-1}{x} \end{aligned}$$

Partie B

1. La fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} g'(x) &= 1 - \frac{1}{x} \\ &= \frac{x-1}{x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{g'(x) = \frac{x-1}{x}}$$

Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$

Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$.

Or, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$. Et comme $g(1) =$

Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$. Et comme $g(1) = 1 - \ln(1)$

Or, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$. Et comme $g(1) = 1 - \ln(1) = 1$

Or, pour tout $x \in]0\,; +\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$. Et comme $g(1) = 1 - \ln(1) = 1$, on a le tableau :

Or, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $x > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $x - 1$. Et comme $g(1) = 1 - \ln(1) = 1$, on a le tableau :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\|\|$	$\searrow$	1	$\nearrow$	

2. Pour tout $x \in \,]0\,; +\infty[$, on a :

2. Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

2. Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

$$f(x) = x \iff x^2 - x\ln(x) = x$$

2. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\ &\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\ &\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\ &\iff x\left(x - \ln(x) - 1\right) = 0 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\ &\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\ &\iff x\left(x - \ln(x) - 1\right) = 0 \\ &\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\ &\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\ &\iff x\,(x - \ln(x) - 1)) = 0 \\ &\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \\ &\iff x - \ln(x) = 1 \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\
&\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\
&\iff x\left(x - \ln(x) - 1\right) = 0 \\
&\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \\
&\iff x - \ln(x) = 1 \\
&\iff g(x) = 1
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\
&\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\
&\iff x\,(x - \ln(x) - 1)) = 0 \\
&\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \\
&\iff x - \ln(x) = 1 \\
&\iff g(x) = 1
\end{aligned}$$

Or l'équation $g(x) = 1$ admet 1 pour unique solution

2. Pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\ &\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\ &\iff x\left(x - \ln(x) - 1\right) = 0 \\ &\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \\ &\iff x - \ln(x) = 1 \\ &\iff g(x) = 1 \end{aligned}$$

Or l'équation $g(x) = 1$ admet 1 pour unique solution donc l'équation $f(x) = x$ admet pour ensemble solution sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$:

2. Pour tout $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff x^2 - x\ln(x) = x \\
&\iff x^2 - x\ln(x) - x = 0 \\
&\iff x\,(x - \ln(x) - 1)) = 0 \\
&\iff x - \ln(x) - 1 = 0 \quad \textit{(car } x \neq 0\textit{)} \\
&\iff x - \ln(x) = 1 \\
&\iff g(x) = 1
\end{aligned}$$

Or l'équation $g(x) = 1$ admet 1 pour unique solution donc l'équation $f(x) = x$ admet pour ensemble solution sur l'intervalle $\left]0\,;+\infty\right[$:

$$\boxed{\mathscr{S} = \{1\}}$$

Partie C

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n,
$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n,
$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n,
   $\dfrac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \dfrac{1}{2}$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et :

$$u_1 =$$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
    - **Initialisation :**
      Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et :

$$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et :

$$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\dfrac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et :

$$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln(2)$$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\dfrac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et :

$$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln(2) \approx 0,6$$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et :

$$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln(2) \approx 0,6$$

On a donc bien $\frac{1}{2} \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$

Partie C

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, $\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = \frac{1}{2}$ et :
     $$u_1 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\ln(2) \approx 0,6$$
     On a donc bien $\frac{1}{2} \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$ et la propriété est vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,
  c'est-à-dire :

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$
  On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,1\right]$:

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$
  On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,1\right]$:
  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$
  On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$:
  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$
  Soit :
  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$$

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$

On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,1\right]$:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

Soit :

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$$

Et comme $f\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0,6 \geqslant \frac{1}{2}$,

- **Hérédité :**

  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,1\right]$:

  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$$

  Et comme $f\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0,6 \geqslant \frac{1}{2}$, on a, a fortiori :

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$$
  On a alors, en appliquant la fonction f qui est croissante sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2} ; 1\right]$:
  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$
  Soit :
  $$f\left(\frac{1}{2}\right) \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$$
  Et comme $f\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0,6 \geqslant \frac{1}{2}$, on a, a fortiori :
  $$\frac{1}{2} \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$$

La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

- **Conclusion :**

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\boxed{\frac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1}$$

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
   - croissante

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
   - croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
    - croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
    - majorée par 1

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
   - croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
   - majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

   On en déduit que :

2. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
   - croissante (car $u_n \leqslant u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
   - majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

   On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge}}$$

3. On a vu, dans la question 2 de la partie B, que l'équation $f(x) = x$ admettait 1 pour unique solution sur $]0\,;+\infty[$.

3. On a vu, dans la question 2 de la partie B, que l'équation $f(x) = x$ admettait 1 pour unique solution sur $]0\,;+\infty[$. Or l est solution de cette équation donc :

3. On a vu, dans la question 2 de la partie B, que l'équation $f(x) = x$ admettait 1 pour unique solution sur $]0\,;+\infty[$. Or l est solution de cette équation donc :

$$\boxed{l = 1}$$

Exercice 2

1. Il s’agit de la probabilité que Léa perde la deuxième partie sachant qu’elle a gagné la première.

Exercice 2

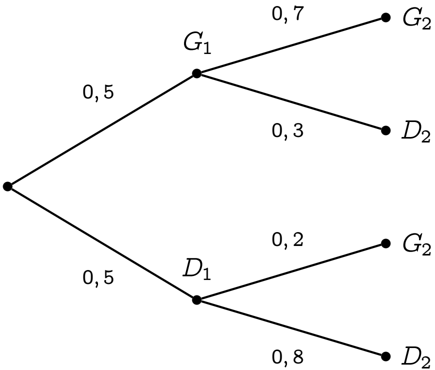
1. Il s'agit de la probabilité que Léa perde la deuxième partie sachant qu'elle a gagné la première. Or lorsqu'elle gagne une partie, elle gagne la suivante dans 70 % des cas donc elle la perd dans 30 % des cas.

1. Il s'agit de la probabilité que Léa perde la deuxième partie sachant qu'elle a gagné la première. Or lorsqu'elle gagne une partie, elle gagne la suivante dans 70 % des cas donc elle la perd dans 30 % des cas. On a donc :

$$\boxed{P_{G_1}(D_2) = 0,3}$$

2. On complète l'arbre de la façon suivante :

2. On complète l'arbre de la façon suivante :



3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$.

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc,

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(G_2) =$$

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(G_2) = P(G_1) \times P_{G_1}(G_2) + P(D_1) \times P_{D_1}(G_2)$$

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_2) &= P(G_1) \times P_{G_1}(G_2) + P(D_1) \times P_{D_1}(G_2) \\ &= 0,5 \times 0,7 + 0,5 \times 0,2 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_2) &= P(G_1) \times P_{G_1}(G_2) + P(D_1) \times P_{D_1}(G_2) \\ &= 0,5 \times 0,7 + 0,5 \times 0,2 \\ &= 0,45 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P(G_2)$. Les événements G_1 et D_1 forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

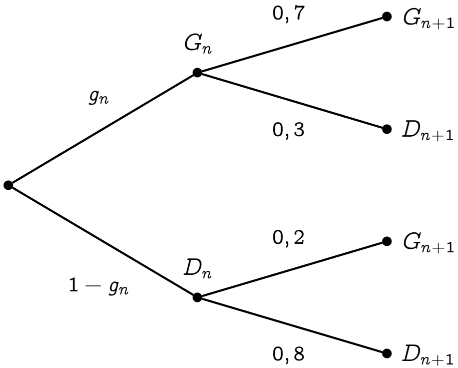
$$\begin{aligned} P(G_2) &= P(G_1) \times P_{G_1}(G_2) + P(D_1) \times P_{D_1}(G_2) \\ &= 0,5 \times 0,7 + 0,5 \times 0,2 \\ &= 0,45 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{g_2 = 0,45}$$

4. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :

4. (a) On complète l'arbre de la façon suivante :



4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc,

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(G_{n+1}) =$$

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(G_{n+1}) = P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1})$$

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_{n+1}) &= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1}) \\ &= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \end{aligned}$$

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_{n+1}) &= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1}) \\ &= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \\ &= 0,7g_n + 0,2 - 0,2g_n \end{aligned}$$

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_{n+1}) &= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1}) \\ &= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \\ &= 0,7g_n + 0,2 - 0,2g_n \\ &= 0,5g_n + 0,2 \end{aligned}$$

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned}
P(G_{n+1}) &= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1}) \\
&= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \\
&= 0,7g_n + 0,2 - 0,2g_n \\
&= 0,5g_n + 0,2
\end{aligned}$$

Soit, pour tout entier naturel n non nul :

4. (b) Les événements G_n et D_n forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(G_{n+1}) &= P(G_n) \times P_{G_n}(G_{n+1}) + P(D_n) \times P_{D_n}(G_{n+1}) \\ &= g_n \times 0,7 + (1 - g_n) \times 0,2 \\ &= 0,7g_n + 0,2 - 0,2g_n \\ &= 0,5g_n + 0,2 \end{aligned}$$

Soit, pour tout entier naturel n non nul :

$$\boxed{g_{n+1} = 0,5g_n + 0,2}$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$v_{n+1} =$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$v_{n+1} = g_{n+1} - 0,4$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \end{aligned}$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \end{aligned}$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(g_n - 0,4\right) \end{aligned}$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(g_n - 0,4\right) \\ &= 0,5v_n \end{aligned}$$

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(g_n - 0,4\right) \\ &= 0,5v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_1 = g_1 - 0,4 = 0,5 - 0,4 = 0,1$, on en déduit que :

5. (a) Pour tout entier naturel n non nul, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= g_{n+1} - 0,4 \\ &= 0,5g_n + 0,2 - 0,4 \\ &= 0,5g_n - 0,2 \\ &= 0,5\left(g_n - 0,4\right) \\ &= 0,5v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_1 = g_1 - 0,4 = 0,5 - 0,4 = 0,1$, on en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (v_n) \text{ est géométrique de raison } 0,5 \text{ et de } 1^{\text{er}} \text{ terme } v_1 = 0,1}$$

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$, soit :

$$v_n = 0,1 \times 0,5^{n-1}$$

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$, soit :

$$v_n = 0,1 \times 0,5^{n-1}$$

Et comme $v_n = g_n - 0,4$

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$, soit :

$$v_n = 0,1 \times 0,5^{n-1}$$

Et comme $v_n = g_n - 0,4$, on a $g_n = v_n + 0,4$

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$, soit :

$$v_n = 0,1 \times 0,5^{n-1}$$

Et comme $v_n = g_n - 0,4$, on a $g_n = v_n + 0,4$, soit pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

5. (b) D'après la question précédente, on a pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n = v_1 \times 0,5^{n-1}$, soit :

$$v_n = 0,1 \times 0,5^{n-1}$$

Et comme $v_n = g_n - 0,4$, on a $g_n = v_n + 0,4$, soit pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\boxed{g_n = 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$g_{n+1} - g_n =$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$g_{n+1} - g_n = 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - (0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4)$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\ &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\
&= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\
&= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1}
\end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\
&= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\
&= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1)
\end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\ &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\ &= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\ &= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1) \\ &= 0,1 \times 0,5^{n-1} \times (-0,5) \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - (0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4) \\
&= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\
&= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1) \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1} \times (-0,5) \\
&= -0,1 \times 0,5^n
\end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\
&= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\
&= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1) \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1} \times (-0,5) \\
&= -0,1 \times 0,5^n
\end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $g_{n+1} - g_n < 0$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\ &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\ &= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\ &= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1) \\ &= 0,1 \times 0,5^{n-1} \times (-0,5) \\ &= -0,1 \times 0,5^n \end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $g_{n+1} - g_n < 0$ et donc que :

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_{n+1} - g_n &= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - \left(0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4\right) \\
&= 0,1 \times 0,5^n + 0,4 - 0,1 \times 0,5^{n-1} - 0,4 \\
&= 0,1 \times 0,5^n - 0,1 \times 0,5^{n-1} \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1}(0,5 - 1) \\
&= 0,1 \times 0,5^{n-1} \times (-0,5) \\
&= -0,1 \times 0,5^n
\end{aligned}$$

On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $g_{n+1} - g_n < 0$ et donc que :

$$\boxed{\text{La suite } (g_n) \text{ est strictement décroissante}}$$

7. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,5^{n-1}\right) = 0$

7. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,5^{n-1}\right) = 0$ car $-1 < 0,5 < 1$

7. On a $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(0,5^{n-1}\right)=0$ car $-1<0,5<1$ donc :

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} g_n = 0,4}$$

7. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,5^{n-1}\right) = 0$ car $-1 < 0,5 < 1$ donc :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} g_n = 0,4}$$

Cela signifie qu'à long terme, la probabilité que Léa gagne une partie sera proche de $0,4$.

7. On a $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(0,5^{n-1}\right) = 0$ car $-1 < 0,5 < 1$ donc :

$$\boxed{\lim\limits_{n \to +\infty} g_n = 0,4}$$

Cela signifie qu'à long terme, la probabilité que Léa gagne une partie sera proche de $0,4$. Ou encore que Léa gagnera environ 40 % des parties.

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$g_n - 0,4 \leqslant 0,001 \Longleftrightarrow$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$g_n - 0,4 \leqslant 0,001 \Longleftrightarrow 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \end{aligned}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \end{aligned}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\ &\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \end{aligned}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned} g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\ &\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\ &\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\ &\iff (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \end{aligned}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\
&\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n - 1 \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \quad \textit{(car } \ln(0,5) < 0\textit{)}
\end{aligned}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\
&\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n - 1 \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \quad \textit{(car } \ln(0,5) < 0\textit{)}
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \approx 6,6$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\
&\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n-1 \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \quad \textit{(car } \ln(0,5) < 0\textit{)}
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \approx 6,6$ donc $n-1 \geqslant 7$.

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\Longleftrightarrow 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\
&\Longleftrightarrow 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\
&\Longleftrightarrow 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\
&\Longleftrightarrow \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\Longleftrightarrow (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \\
&\Longleftrightarrow n - 1 \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \quad \textit{(car } \ln(0,5) < 0\textit{)}
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \approx 6,6$ donc $n - 1 \geqslant 7$. On en déduit que le plus petit entier n tel que $g_n - 0,4 \leqslant 0,001$ est :

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

$$\begin{aligned}
g_n - 0,4 \leqslant 0,001 &\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} + 0,4 - 0,4 \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,1 \times 0,5^{n-1} \leqslant 0,001 \\
&\iff 0,5^{n-1} \leqslant 0,01 \\
&\iff \ln\left(0,5^{n-1}\right) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff (n-1)\ln(0,5) \leqslant \ln(0,01) \\
&\iff n - 1 \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \quad \textit{(car } \ln(0,5) < 0\textit{)}
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln(0,5)} \approx 6,6$ donc $n - 1 \geqslant 7$. On en déduit que le plus petit entier n tel que $g_n - 0,4 \leqslant 0,001$ est :

$$\boxed{n = 8}$$

9. On peut compléter l'algorithme de la façon suivante :

9. On peut compléter l'algorithme de la façon suivante :

```
def seuil(e):
    g = 0.5
    n = 1
    while g > 0.4 + e :
        g = 0.5*g + 0.2
        n = n+1
    return (n)
```

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+4n+7}{6n^2+1}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   On a :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{6n^2 + 1} = \lim_{n \to +\infty} \frac{3n^2}{6n^2}$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+4n+7}{6n^2+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2}{6n^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3}{6}$$

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{3n^2 + 4n + 7}{6n^2 + 1} = \lim_{n \to +\infty} \frac{3n^2}{6n^2} = \lim_{n \to +\infty} \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**
   On a :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+4n+7}{6n^2+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2}{6n^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Donc, d'après le théorème des gendarmes,

Exercice 3

1. **Affirmation 1 : Vrai**

   On a :

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2+4n+7}{6n^2+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3n^2}{6n^2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$.

2. **Affirmation 2 : Faux**

2. **Affirmation 2 : Faux**
   On peut remarquer que, sur l'intervalle $[-1\,;3]$, la fonction dérivée h' est croissante puis décroissante.

2. **Affirmation 2 : Faux**
   On peut remarquer que, sur l'intervalle $[-1\,;3]$, la fonction dérivée h' est croissante puis décroissante. On en déduit que la fonction h est convexe puis concave.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

3. **Affirmation 3 : Vrai**
   - Calculons d'abord le nombre total de codes possibles.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

   - Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments

3. **Affirmation 3 : Vrai**

   - Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9).

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc 10^4

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C).

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc 3×2

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9).

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc 9^4

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C).

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc 3×2

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

  Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc $6\,561 \times 6$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

  Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc $6\,561 \times 6 = 39\,366$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

  Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc $6\,561 \times 6 = 39\,366$.

- Finalement, le nombre de codes contenant au moins un 0 est égal à

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

  Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc $6\,561 \times 6 = 39\,366$.
- Finalement, le nombre de codes contenant au moins un 0 est égal à $60\,000 - 39\,366$

3. **Affirmation 3 : Vrai**

- Calculons d'abord le nombre total de codes possibles. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 10 éléments (les 10 chiffres compris entre 0 et 9). Il y en a donc $10^4 = 10\,000$. Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$. Le nombre de codes possibles est donc $10\,000 \times 6 = 60\,000$.
- Déterminons maintenant le nombre de codes ne contenant aucun 0. Le nombre de possibilités pour le choix des 4 chiffres est égal au nombre de 4-uplets dans un ensemble à 9 éléments (les 9 chiffres compris entre 1 et 9). Il y en a donc $9^4 = 6\,561$ Le nombre de possibilités pour le choix des 2 lettres est égal au nombre de 2-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 3 éléments (les 3 lettres A, B et C). Il y en a donc $3 \times 2 = 6$.

  Le nombre de codes possibles ne contenant aucun 0 est donc $6\,561 \times 6 = 39\,366$.
- Finalement, le nombre de codes contenant au moins un 0 est égal à $60\,000 - 39\,366 = 20\,634$.

4. **Affirmation 4 : Vrai**

4. **Affirmation 4 : Vrai**

   La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) =$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$x \times f'(x) - f(x) =$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$x \times f'(x) - f(x) = x\left(\ln(x) + 1\right) - x\ln(x)$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} x \times f'(x) - f(x) &= x\left(\ln(x) + 1\right) - x\ln(x) \\ &= x\ln(x) + x - x\ln(x) \end{aligned}$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**

La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} x \times f'(x) - f(x) &= x\left(\ln(x) + 1\right) - x\ln(x) \\ &= x\ln(x) + x - x\ln(x) \\ &= x \end{aligned}$$

4. **Affirmation 4 : Vrai**
La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = 1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

On a alors, pour tout $x \in\,]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} x \times f'(x) - f(x) &= x\,(\ln(x) + 1) - x\ln(x) \\ &= x\ln(x) + x - x\ln(x) \\ &= x \end{aligned}$$

Donc la fonction f est bien solution sur $]0\,;+\infty[$ de l'équation différentielle $xy' - y = x$.

Exercice 4 - Partie A

Exercice 4 - Partie A

1. On a :

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 =$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
    - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
    - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

$$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 =$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1$

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } B \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times (-4) + 2 \times (-6) - 3 \times 5 + 1 =$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } B \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times (-4) + 2 \times (-6) - 3 \times 5 + 1 = -8 - 12 - 15 + 1$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } B \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times (-4) + 2 \times (-6) - 3 \times 5 + 1 = -8 - 12 - 15 + 1 = -34$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $\boxed{\text{Le point } B \text{ appartient au plan } (P)}$

   - $2 \times (-4) + 2 \times (-6) - 3 \times 5 + 1 = -8 - 12 - 15 + 1 = -34 \neq 0$

Exercice 4 - Partie A

1. On a :
   - $2 \times 1 + 2 \times 0 - 3 \times 1 + 1 = 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } A \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times 2 + 2 \times (-1) - 3 \times 1 + 1 = 4 - 2 - 3 + 1 = 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } B \text{ appartient au plan } (P)}$$

   - $2 \times (-4) + 2 \times (-6) - 3 \times 5 + 1 = -8 - 12 - 15 + 1 = -34 \neq 0$ donc :

     $$\boxed{\text{Le point } C \text{ n'appartient pas au plan } (P)}$$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).
    - On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 =$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).
    - On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).
   - On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).
   - On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{n}$

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{n}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{n}$ sont colinéaires.

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{n}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{n}$ sont colinéaires. On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{n}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{n}$ sont colinéaires. On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

On en déduit que :

2. Il s'agit de montrer que le point C' appartient au plan (P) et que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

- On a $2 \times 0 + 2 \times (-2) - 3 \times (-1) + 1 = -2 + 3 - 1 = 0$ donc le point C' appartient au plan (P).
- On a $\overrightarrow{CC'} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et le plan (P) admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{n}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{CC'}$ et $\overrightarrow{n}$ sont colinéaires. On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{CC'}$ est orthogonal au plan (P).

On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le point } C' \text{ est le projeté orthogonal du point } C \text{ sur le plan } (P)}$$

3. La droite (AB) passe par le point $A(1\,;0\,;1)$

3. La droite (AB) passe par le point $A(1\,;0\,;1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

3. La droite (AB) passe par le point $A(1\,;0\,;1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. La droite (AB) passe par le point $A(1\,;\,0\,;\,1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

4. Le point H appartient à la droite (AB),

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$.

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HC}$ sont orthogonaux $\iff$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{HC}$ sont orthogonaux $\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{HC} \text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\ &\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\end{aligned}$$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{HC} \text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\ &\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\\ &\iff -5-t+6-t=0\end{aligned}$$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{HC} \text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\ &\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\\ &\iff -5-t+6-t=0\\ &\iff 2t=1\end{aligned}$$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{HC} \text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\
&\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\\
&\iff -5-t+6-t=0\\
&\iff 2t=1\\
&\iff t=\frac{1}{2}
\end{aligned}$$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{HC} \text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\ &\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\\ &\iff -5-t+6-t=0\\ &\iff 2t=1\\ &\iff t=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t=\dfrac{1}{2}$

4. Le point H appartient à la droite (AB), il existe donc un réel t tel que $H(1+t\,;-t\,;1)$. On a alors $\overrightarrow{HC}\begin{pmatrix}-5-t\\-6+t\\4\end{pmatrix}$ et donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}\text{ et }\overrightarrow{HC}\text{ sont orthogonaux} &\iff \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC}=0\\ &\iff 1\times(-5-t)+(-1)\times(-6+t)+0\times 4=0\\ &\iff -5-t+6-t=0\\ &\iff 2t=1\\ &\iff t=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t=\dfrac{1}{2}$, soit :

$$\boxed{H\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{1}{2}\,;1\right)}$$

Partie B

Partie B

1. On a :

$$\|\overrightarrow{HC}\| =$$

Partie B

1. On a :

$$\|\overrightarrow{HC}\| = \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4^2}$$

Partie B

1. On a :

$$\|\overrightarrow{HC}\| = \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{121}{4} + 16}$$

Partie B

1. On a :

$$
\begin{aligned}
\|\overrightarrow{HC}\| &= \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4^2} \\
&= \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{121}{4} + 16} \\
&= \sqrt{\frac{153}{2}}
\end{aligned}
$$

Partie B

1. On a :

$$\|\overrightarrow{HC}\| = \sqrt{\left(-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(-\frac{11}{2}\right)^2 + 4^2}$$
$$= \sqrt{\frac{121}{4} + \frac{121}{4} + 16}$$
$$= \sqrt{\frac{153}{2}}$$

Soit :

$$\boxed{\|\overrightarrow{HC}\| = \sqrt{\frac{153}{2}}}$$

2. On a $AB =$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2}$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$S =$$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$S = \frac{AB \times CH}{2}$$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$\begin{aligned} S &= \frac{AB \times CH}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{153}{2}}}{2} \end{aligned}$$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$\begin{aligned} S &= \frac{AB \times CH}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{153}{2}}}{2} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{153}}{\sqrt{2}}}{2} \end{aligned}$$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$\begin{aligned}
S &= \frac{AB \times CH}{2} \\
&= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\dfrac{153}{2}}}{2} \\
&= \frac{\dfrac{\sqrt{2} \times \sqrt{153}}{\sqrt{2}}}{2} \\
&= \frac{\sqrt{153}}{2}
\end{aligned}$$

2. On a $AB = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $[CH]$ est la hauteur issue de C dans le triangle ABC. On a donc :

$$\begin{aligned} S &= \frac{AB \times CH}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{153}{2}}}{2} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{153}}{\sqrt{2}}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{153}}{2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{S = \frac{3\sqrt{17}}{2}}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) =$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) = \frac{HC'}{HC}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) = \frac{HC'}{HC} = \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) = \frac{HC'}{HC} = \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}} = \frac{\sqrt{17}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{153}}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) = \frac{HC'}{HC} = \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}} = \frac{\sqrt{17}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{153}} = \sqrt{\frac{17}{153}}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\begin{aligned}\cos\left(\widehat{CHC'}\right) &= \frac{HC'}{HC} \\ &= \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}} \\ &= \frac{\sqrt{17}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{153}} \\ &= \sqrt{\frac{17}{153}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{9}}\end{aligned}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\begin{aligned}\cos\left(\widehat{CHC'}\right) &= \frac{HC'}{HC}\\ &= \frac{\sqrt{\frac{17}{2}}}{\sqrt{\frac{153}{2}}}\\ &= \frac{\sqrt{17}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{153}}\\ &= \sqrt{\frac{17}{153}}\\ &= \sqrt{\frac{1}{9}}\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Partie C

1. Dans le triangle CHC', rectangle en C', on a :

$$\cos\left(\widehat{CHC'}\right) = \frac{HC'}{HC} = \frac{\sqrt{\dfrac{17}{2}}}{\sqrt{\dfrac{153}{2}}} = \frac{\sqrt{17}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{153}} = \sqrt{\frac{17}{153}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{\cos(\alpha) = \frac{1}{3}}$$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\dfrac{3}{2}\\[2mm]\dfrac{3}{2}\\[2mm]2\end{pmatrix}$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} =$$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \times 1 + \frac{3}{2} \times (-1) + (-2) \times 0$$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \times 1 + \frac{3}{2} \times (-1) + (-2) \times 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}$$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\\frac{3}{2}\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\times 1 + \frac{3}{2}\times(-1) + (-2)\times 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\times 1 + \frac{3}{2}\times(-1) + (-2)\times 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{C'H}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc orthogonaux.

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2} \times 1 + \frac{3}{2} \times (-1) + (-2) \times 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{C'H}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc orthogonaux. On en déduit que :

2. (a) On a $\overrightarrow{C'H}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\end{pmatrix}$ donc :

$$\overrightarrow{C'H}.\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\times 1 + \frac{3}{2}\times(-1) + (-2)\times 0 = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

Les vecteurs $\overrightarrow{C'H}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont donc orthogonaux. On en déduit que :

$$\boxed{\text{Les droites } (C'H) \text{ et } (AB) \text{ sont perpendiculaires}}$$

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'.

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'. On a donc :

$$S' =$$

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'. On a donc :

$$S' = \frac{AB \times HC'}{2}$$

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'. On a donc :

$$S' = \frac{AB \times HC'}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\frac{17}{2}}}{2}$$

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'. On a donc :

$$S' = \frac{AB \times HC'}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\dfrac{17}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

2. (b) Dans le triangle ABC', HC' est la hauteur issue de C'. On a donc :

$$S' = \frac{AB \times HC'}{2} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{\dfrac{17}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

Soit :

$$\boxed{S' = \frac{\sqrt{17}}{2}}$$

2. (c) On peut remarquer que :

2. (c) On peut remarquer que :

$$\boxed{S' = S \times \cos(\alpha)}$$