Asie - 10 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1 - Partie A

1. Le tableau de variations de f semble être le suivant :

1. Le tableau de variations de f semble être le suivant :

x	0		1.5		5
$f(x)$		↗		↘	

2. Au point A, la courbe $\mathscr{C}$ semble traverser sa tangente.

2. Au point A, la courbe $\mathscr{C}$ semble traverser sa tangente. On peut donc conjecturer que :

2. Au point A, la courbe $\mathscr{C}$ semble traverser sa tangente. On peut donc conjecturer que :

$$\boxed{\text{La courbe } \mathscr{C} \text{ semble présenter un point d'inflexion en } A}$$

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$,

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$.

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

La fonction f est concave sur $[0\,;\,2,5]$

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

La fonction f est concave sur $[0\,;\,2,5]$ et convexe sur $[2,5\,;\,+\infty[$,

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

La fonction f est concave sur $[0\,;\,2,5]$ et convexe sur $[2,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée seconde est donc négative sur $[0\,;\,2,5]$

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

La fonction f est concave sur $[0\,;\,2,5]$ et convexe sur $[2,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée seconde est donc négative sur $[0\,;\,2,5]$ et positive sur $[2,5\,;\,+\infty[$.

3. La fonction f est croissante sur $[0\,;\,1,5]$ et décroissante sur $[1,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée est donc positive sur $[0\,;\,1,5]$ et négative sur $[1,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_2 \text{ est la courbe représentative de } f'}$$

La fonction f est concave sur $[0\,;\,2,5]$ et convexe sur $[2,5\,;\,+\infty[$, sa fonction dérivée seconde est donc négative sur $[0\,;\,2,5]$ et positive sur $[2,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\mathscr{C}_1 \text{ est la courbe représentative de } f''}$$

4. La fonction f est négative sur $[0\,;\,0,5]$ et positive sur $[0,5\,;\,+\infty[$

4. La fonction f est négative sur $[0\,;\,0,5]$ et positive sur $[0,5\,;\,+\infty[$ donc si F est une primitive de f

4. La fonction f est négative sur $[0\,;\,0,5]$ et positive sur $[0,5\,;\,+\infty[$ donc si F est une primitive de f alors F est décroissante sur $[0\,;\,0,5]$ et croissante sur $[0,5\,;\,+\infty[$.

4. La fonction f est négative sur $[0\,;\,0,5]$ et positive sur $[0,5\,;\,+\infty[$ donc si F est une primitive de f alors F est décroissante sur $[0\,;\,0,5]$ et croissante sur $[0,5\,;\,+\infty[$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La courbe } \mathscr{C}_3 \text{ ne peut pas être la courbe d'une primitive de } f}$$

Partie B

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;\,+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;\,+\infty[$:

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$f'(x) =$$

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$f'(x) = 4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (4x-2) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right)$$

Partie B

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (4x-2) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= 4\mathrm{e}^{-x+1} - (4x-2)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Partie B

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (4x-2) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= 4\mathrm{e}^{-x+1} - (4x-2)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4-4x+2)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Partie B

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (4x-2) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= 4\mathrm{e}^{-x+1} - (4x-2)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4-4x+2)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-4x+6)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Partie B

1. (a) La fonction f est dérivable, comme produit de fonctions dérivables, sur $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (4x-2) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= 4\mathrm{e}^{-x+1} - (4x-2)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4-4x+2)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-4x+6)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = (-4x+6)\mathrm{e}^{-x+1}}$$

1. (b) Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$,

1. (b) Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$

1. (b) Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-4x + 6$.

1. (b) Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-4x+6$. On a alors le tableau :

1. (b) Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-4x+6$. On a alors le tableau :

x	0		1.5		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-2\mathrm{e}$	$\nearrow$	$\dfrac{4}{\sqrt{\mathrm{e}}}$	$\searrow$	0

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$f''(x) =$$

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$f''(x) = -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right)$$

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$,

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $(4x-10)$.

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $(4x-10)$. On a alors le tableau :

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $(4x-10)$. On a alors le tableau :

x	0		2.5		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

1. (c) La fonction f' est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f''(x) &= -4 \times \mathrm{e}^{-x+1} + (-4x+6) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (-4+4x-6)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (4x-10)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, $\mathrm{e}^{-x+1} > 0$ donc $f''(x)$ est du signe de $(4x-10)$. On a alors le tableau :

x	0		2.5		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le point d'abscisse } 2,5 \text{ est un point d'inflexion}}$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$F'(x) =$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$F'(x) = a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right)$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

On veut que $F'(x) = f(x)$,

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

On veut que $F'(x) = f(x)$, on a alors, par identification des coefficients :

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times (-\mathrm{e}^{-x+1}) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

On veut que $F'(x) = f(x)$, on a alors, par identification des coefficients :

$$\begin{cases} -a = 4 \\ a - b = -2 \end{cases} \iff$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b) \times \left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right) \\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1} \\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1} \end{aligned}$$

On veut que $F'(x) = f(x)$, on a alors, par identification des coefficients :

$$\begin{cases} -a = 4 \\ a - b = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = -4 \\ -4 - b = -2 \end{cases}$$

2. (a) La fonction F est dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et, pour tout $x \in [0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned}F'(x) &= a\mathrm{e}^{-x+1} + (ax+b)\times\left(-\mathrm{e}^{-x+1}\right)\\ &= (a - ax - b)\mathrm{e}^{-x+1}\\ &= (-ax + a - b)\mathrm{e}^{-x+1}\end{aligned}$$

On veut que $F'(x) = f(x)$, on a alors, par identification des coefficients :

$$\begin{cases}-a = 4\\ a - b = -2\end{cases} \iff \begin{cases}a = -4\\ -4 - b = -2\end{cases}$$

Soit :

$$\boxed{\begin{cases}a = -4\\ b = -2\end{cases}}$$

2. (b) On a :

$$I =$$

2. (b) On a :

$$I = \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x$$

2. (b) On a :

$$\begin{aligned} I &= \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[F(x)\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \end{aligned}$$

2. (b) On a :

$$\begin{aligned} I &= \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[F(x)\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\ &= \Big[(-4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \end{aligned}$$

2. (b) On a :

$$\begin{aligned} I &= \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[F(x)\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\ &= \Big[(-4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\ &= (-4\times 8-2)\mathrm{e}^{-8+1} - \left(-4\times\frac{3}{2}-2\right)\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}+1} \end{aligned}$$

2. (b) On a :

$$\begin{aligned}
I &= \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x \\
&= \Big[F(x)\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\
&= \Big[(-4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\
&= (-4\times 8-2)\mathrm{e}^{-8+1} - \left(-4\times\frac{3}{2}-2\right)\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}+1} \\
&= -34\mathrm{e}^{-7} + 8\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}
\end{aligned}$$

2. (b) On a :

$$\begin{aligned} I &= \int_{\frac{3}{2}}^{8} f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[F(x)\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\ &= \Big[(-4x-2)\mathrm{e}^{-x+1}\Big]_{\frac{3}{2}}^{8} \\ &= (-4\times 8-2)\mathrm{e}^{-8+1} - \left(-4\times\frac{3}{2}-2\right)\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}+1} \\ &= -34\mathrm{e}^{-7} + 8\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{I = -34\mathrm{e}^{-7} + 8\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} \approx 4,82}$$

3. (a) On a $f\left(\dfrac{3}{2}\right) =$

3. (a) On a $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{\mathrm{e}}}$

3. (a) On a $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{\mathrm{e}}} \approx 2,43.$

3. (a) On a $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{\mathrm{e}}} \approx 2,43$. La hauteur du point de départ D est donc de :

3. (a) On a $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{4}{\sqrt{\mathrm{e}}} \approx 2,43$. La hauteur du point de départ D est donc de :

$$\boxed{2,43 \text{ mètres}}$$

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente,

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2.

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx$

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx 3,62$ m^2.

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx 3,62$ m^2. Une bombe aérosol couvre $0,8$ m^2

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx 3,62$ m^2. Une bombe aérosol couvre $0,8$ m^2 et $\dfrac{3,62}{0,8} \approx 4,5$.

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx 3,62$ m^2. Une bombe aérosol couvre $0,8$ m^2 et $\dfrac{3,62}{0,8} \approx 4,5$. Il faudra donc :

3. (b) La surface, en m^2, du mur est donnée par l'intégrale calculée dans la question précédente, elle est donc d'environ $4,82$ m^2. Elle souhaite en couvrir 75 %, soit $4,82 \times 0,75 \approx 3,62$ m^2. Une bombe aérosol couvre $0,8$ m^2 et $\dfrac{3,62}{0,8} \approx 4,5$. Il faudra donc :

$$\boxed{\text{5 bombes}}$$

Exercice 2

Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$

Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$.

Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc :

Exercice 2

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\4\\1\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B \text{ et } C \text{ ne sont pas alignés}}$$

2. (a) On a, de plus, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$.

2. (a) On a, de plus, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$. On peut alors remarquer que :

2. (a) On a, de plus, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$. On peut alors remarquer que :

$$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

2. (a) On a, de plus, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$. On peut alors remarquer que :

$$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires et donc que :

2. (a) On a, de plus, $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$. On peut alors remarquer que :

$$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires et donc que :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B,\ C \text{ et } D \text{ sont coplanaires}}$$

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$.

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CD}=4\overrightarrow{AB}$

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CD}=4\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CD} = 4\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. On en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles et donc que :

2. (b) On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{CD}=4\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. On en déduit que les droites (AB) et (CD) sont parallèles et donc que :

$$\boxed{\text{Le quadrilatère } ABDC \text{ est un trapèze de bases } [AB] \text{ et } [CD]}$$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} =$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1)$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} =$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-3) + 1 \times 4 + 2 \times 1$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-3) + 1 \times 4 + 2 \times 1 = -6 + 4 + 2$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-3) + 1 \times 4 + 2 \times 1 = -6 + 4 + 2 = 0$

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-3) + 1 \times 4 + 2 \times 1 = -6 + 4 + 2 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC).

3. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 2 \times 1 + 1 \times 0 + 2 \times (-1) = 2 - 2 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 2 \times (-3) + 1 \times 4 + 2 \times 1 = -6 + 4 + 2 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC). On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le vecteur } \overrightarrow{n} \text{ est un vecteur normal au plan } (ABC)}$$

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation,

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 - 1 + 2 \times 1 + d = 0$.

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 - 1 + 2 \times 1 + d = 0$. On a donc $7 + d = 0$

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 - 1 + 2 \times 1 + d = 0$. On a donc $7 + d = 0$ d'où $d = -7$.

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 - 1 + 2 \times 1 + d = 0$. On a donc $7 + d = 0$ d'où $d = -7$. Le plan (ABC) admet donc pour équation cartésienne :

3. (b) Le plan (ABC) admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$2x + y + 2z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point A appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 3 - 1 + 2 \times 1 + d = 0$. On a donc $7 + d = 0$ d'où $d = -7$. Le plan (ABC) admet donc pour équation cartésienne :

$$\boxed{2x + y + 2z - 7 = 0}$$

3. (c) La droite Δ passe par le point $S(2\,;\,1\,;\,4)$

3. (c) La droite Δ passe par le point $S(2\,;1\,;4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$,

3. (c) La droite Δ passe par le point $S(2\,;1\,;4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$, elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. (c) La droite Δ passe par le point $S(2\,;\,1\,;\,4)$ et est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$, elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 + 2t \end{cases}} \qquad t \in \mathbb{R}$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 \Longleftrightarrow$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 \Longleftrightarrow 4+4t+1+t+8+4t-7=0$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} 2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0 \\ &\iff 9t=-6 \end{aligned}$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} 2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0 \\ &\iff 9t=-6 \\ &\iff t=-\frac{6}{9} \end{aligned}$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned}
2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0\\
&\iff 9t=-6\\
&\iff t=-\frac{6}{9}\\
&\iff t=-\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned}
2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0 \\
&\iff 9t=-6 \\
&\iff t=-\frac{6}{9} \\
&\iff t=-\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Le point I est donc le point de paramètre $t=-\dfrac{2}{3}$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned}
2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\Longleftrightarrow 4+4t+1+t+8+4t-7=0\\
&\Longleftrightarrow 9t=-6\\
&\Longleftrightarrow t=-\frac{6}{9}\\
&\Longleftrightarrow t=-\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

Le point I est donc le point de paramètre $t=-\dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique de Δ,

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned}2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0\\ &\iff 9t=-6\\ &\iff t=-\frac{6}{9}\\ &\iff t=-\frac{2}{3}\end{aligned}$$

Le point I est donc le point de paramètre $t=-\dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique de Δ, c'est-à-dire le point de coordonnées :

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} 2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0 \\ &\iff 9t=-6 \\ &\iff t=-\frac{6}{9} \\ &\iff t=-\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Le point I est donc le point de paramètre $t=-\dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique de Δ, c'est-à-dire le point de coordonnées :

$$\left(2+2\times\left(-\frac{2}{3}\right) ; 1+\left(-\frac{2}{3}\right) ; 4+2\times\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$$

3. (d) On injecte les expression de la représentation paramétrique de Δ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} 2(2+2t)+1+t+2(4+2t)-7=0 &\iff 4+4t+1+t+8+4t-7=0 \\ &\iff 9t=-6 \\ &\iff t=-\frac{6}{9} \\ &\iff t=-\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Le point I est donc le point de paramètre $t=-\dfrac{2}{3}$ dans la représentation paramétrique de Δ, c'est-à-dire le point de coordonnées :

$$\left(2+2\times\left(-\frac{2}{3}\right)\,;\,1+\left(-\frac{2}{3}\right)\,;\,4+2\times\left(-\frac{2}{3}\right)\right)$$

Soit :

$$\boxed{I\left(\frac{2}{3}\,;\,\frac{1}{3}\,;\,\frac{8}{3}\right)}$$

On a alors :

$$SI =$$

On a alors :

$$SI = \sqrt{\left(\frac{2}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 4\right)^2}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{8}{3} - 4\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2} \end{aligned}$$

On a alors :

$$
\begin{aligned}
SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{8}{3}-4\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{16}{9}}
\end{aligned}
$$

On a alors :

$$
\begin{aligned}
SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{8}{3}-4\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{16}{9}} \\
&= \sqrt{\frac{36}{9}}
\end{aligned}
$$

On a alors :

$$
\begin{aligned}
SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{8}{3}-4\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{16}{9}} \\
&= \sqrt{\frac{36}{9}} \\
&= \sqrt{4}
\end{aligned}
$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{8}{3}-4\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2} \\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{16}{9}} \\
&= \sqrt{\frac{36}{9}} \\
&= \sqrt{4} \\
&= 2
\end{aligned}$$

On a alors :

$$
\begin{aligned}
SI &= \sqrt{\left(\frac{2}{3}-2\right)^2+\left(\frac{1}{3}-1\right)^2+\left(\frac{8}{3}-4\right)^2}\\
&= \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2+\left(-\frac{4}{3}\right)^2}\\
&= \sqrt{\frac{16}{9}+\frac{4}{9}+\frac{16}{9}}\\
&= \sqrt{\frac{36}{9}}\\
&= \sqrt{4}\\
&= 2
\end{aligned}
$$

$$\boxed{SI = 2}$$

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;\,3\,;\,2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;\,3\,;\,2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD)

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$.

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2-4t' \end{cases}} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} =$

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$

donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} = 1 \times 4 + (-4) \times 0 + 1 \times (-4)$

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;3\,;2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} = 1 \times 4 + (-4) \times 0 + 1 \times (-4) = 0$.

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;\,3\,;\,2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} = 1 \times 4 + (-4) \times 0 + 1 \times (-4) = 0$. La droite (HB) est donc orthogonale à la droite (CD).

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;\,3\,;\,2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \quad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} = 1 \times 4 + (-4) \times 0 + 1 \times (-4) = 0$. La droite (HB) est donc orthogonale à la droite (CD). On a donc montré que :

3. (a) La droite (CD) passe par le point $C(0\,;\,3\,;\,2)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}4\\0\\-4\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases} x = 4t' \\ y = 3 \\ z = 2 - 4t' \end{cases}} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On peut alors remarquer que le point H appartient à la droite (CD) car c'est le point de paramètre $t' = \dfrac{3}{4}$. De plus, on a $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{CD} = 1 \times 4 + (-4) \times 0 + 1 \times (-4) = 0$. La droite (HB) est donc orthogonale à la droite (CD). On a donc montré que :

$$\boxed{H(3\,;\,3\,;\,-1) \text{ est le projeté orthogonal de } B \text{ sur } (CD)}$$

On a alors :

$$HB =$$

On a alors :

$$HB = \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\ &= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\ &= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+16+1} \end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\ &= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+16+1} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

On a alors :

$$
\begin{aligned}
HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\
&= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \\
&= \sqrt{1+16+1} \\
&= \sqrt{18} \\
&= \sqrt{9 \times 2}
\end{aligned}
$$

On a alors :

$$\begin{aligned}
HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\
&= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \\
&= \sqrt{1+16+1} \\
&= \sqrt{18} \\
&= \sqrt{9 \times 2} \\
&= 3\sqrt{2}
\end{aligned}$$

On a alors :

$$\begin{aligned} HB &= \sqrt{(4-3)^2 + (-1-3)^2 + (0-(-1))^2} \\ &= \sqrt{1^1 + (-4)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{1+16+1} \\ &= \sqrt{18} \\ &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{HB = 3\sqrt{2}}$$

3. (b) On a $AB =$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et
$CD =$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et
$CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32}$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\mathscr{A}_{ABDC} =$$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\mathscr{A}_{ABDC} = \frac{AB + CD}{2} \times HB$$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\begin{aligned} \mathscr{A}_{ABDC} &= \frac{AB + CD}{2} \times HB \\ &= \frac{\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_{ABDC} &= \frac{AB + CD}{2} \times HB \\ &= \frac{\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}_{ABDC} &= \frac{AB + CD}{2} \times HB \\
&= \frac{\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \\
&= \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \\
&= \frac{5 \times 2 \times 3}{2}
\end{aligned}$$

3. (b) On a $AB=\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$ et $CD=\sqrt{4^2+0^2+(-4)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\begin{aligned}
\mathscr{A}_{ABDC} &= \frac{AB+CD}{2}\times HB \\
&= \frac{\sqrt{2}+4\sqrt{2}}{2}\times 3\sqrt{2} \\
&= \frac{5\sqrt{2}}{2}\times 3\sqrt{2} \\
&= \frac{5\times 2\times 3}{2} \\
&= 15
\end{aligned}$$

3. (b) On a $AB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ et $CD = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$. L'aire du trapèze $ABDC$ est alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{A}_{ABDC} &= \frac{AB + CD}{2} \times HB \\ &= \frac{\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \\ &= \frac{5\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} \\ &= \frac{5 \times 2 \times 3}{2} \\ &= 15\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{A}_{ABDC} = 15}$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI.

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\mathscr{V}_{SABDC} \quad = $$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\mathscr{V}_{SABDC} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\begin{aligned} \mathscr{V}_{SABDC} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI \\ &= \end{aligned}$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{SABDC} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI \\ &= \frac{1}{3} \times 15 \times 2\end{aligned}$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{SABDC} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI \\ &= \frac{1}{3} \times 15 \times 2 \\ &= \end{aligned}$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{SABDC} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI \\ &= \frac{1}{3} \times 15 \times 2 \\ &= 10\end{aligned}$$

4. Pour calculer le volume $\mathscr{V}_{SABDC}$ de la pyramide $SABDC$, on utilise la base $ABCD$ et la hauteur correspondante SI. On a alors :

$$\begin{aligned}\mathscr{V}_{SABDC} &= \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{ABDC} \times SI \\ &= \frac{1}{3} \times 15 \times 2 \\ &= 10\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\mathscr{V}_{SABDC} = 10}$$

Exercice 3 - Partie A

Exercice 3 - Partie A

1. D'après l'énoncé, la probabilité que l'individu prélevé ait déjà été infecté par la COVID 19 est :

Exercice 3 - Partie A

1. D'après l'énoncé, la probabilité que l'individu prélevé ait déjà été infecté par la COVID 19 est :

$$\boxed{P(I) = 0,057}$$

2. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est $0,057$.

2. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est $0,057$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

2. (a) On répète 100 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est $0,057$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 100 \text{ et } p = 0,057}$$

2. (b) X suivant une loi binomiale, son espérance est
$E(X) =$

2. (b) X suivant une loi binomiale, son espérance est
$E(X) = n \times p$

2. (b) X suivant une loi binomiale, son espérance est
$E(X) = n \times p = 100 \times 0,057$,

2. (b) X suivant une loi binomiale, son espérance est $E(X) = n \times p = 100 \times 0,057$, soit :

$$\boxed{E(X) = 5,7}$$

2. (b) X suivant une loi binomiale, son espérance est $E(X) = n \times p = 100 \times 0,057$, soit :

$$\boxed{E(X) = 5,7}$$

Cela signifie que le nombre moyen de personnes ayant déjà été infectées sur un échantillon de 100 personnes et de $5,7$.

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X = 0)$.

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X = 0)$. Or
$P(X = 0) =$

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X=0)$. Or
$P(X=0)=(1-0,057)^{100}$

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X=0)$. Or
$P(X=0)=(1-0,057)^{100}=0,943^{100}$

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X = 0)$. Or
$P(X = 0) = (1 - 0,057)^{100} = 0,943^{100} \approx 0,0028$.

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X = 0)$. Or $P(X = 0) = (1 - 0,057)^{100} = 0,943^{100} \approx 0,0028$. La probabilité qu'il n'y ait aucune personne infectée dans l'échantillon est donc :

2. (c) Il s'agit de calculer $P(X=0)$. Or
$P(X=0)=(1-0,057)^{100}=0,943^{100}\approx 0,0028$. La probabilité qu'il n'y ait aucune personne infectée dans l'échantillon est donc :

$$\boxed{P(X=0)\approx 0,0028}$$

2. (d) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 2)$.

2. (d) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 2)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'il y ait au moins 2 personnes infectées dans l'échantillon est :

2. (d) Il s'agit de calculer $P(X \geqslant 2)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'il y ait au moins 2 personnes infectées dans l'échantillon est :

$$\boxed{P(X \geqslant 2) \approx 0,9801}$$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$
- $P(X \leqslant 9) \approx 0,94$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$
- $P(X \leqslant 9) \approx 0,94 > 0,9$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$
- $P(X \leqslant 9) \approx 0,94 > 0,9$

Le plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) > 0,9$ est donc :

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$
- $P(X \leqslant 9) \approx 0,94 > 0,9$

Le plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) > 0,9$ est donc :

$$\boxed{n = 9}$$

2. (e) On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $P(X \leqslant 8) \approx 0,88 < 0,9$
- $P(X \leqslant 9) \approx 0,94 > 0,9$

Le plus petit entier n tel que $P(X \leqslant n) > 0,9$ est donc :

$$\boxed{n = 9}$$

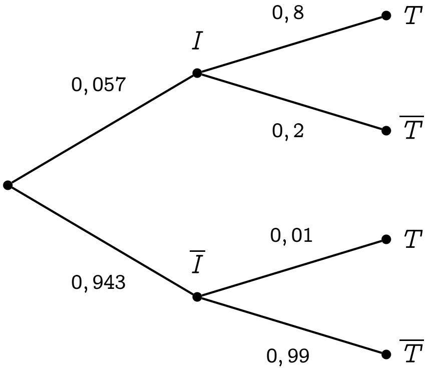
Cela signifie que l'on est sûr à plus de 90 % qu'il y a moins de 9 personnes infectées dans l'échantillon de 100 personnes.

Partie B

Partie B

1. On complète l'arbre de la façon suivante :

1. On complète l'arbre de la façon suivante :



2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers.

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) =$$

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(I) \times P_I(T) + P(\overline{I}) \times P_{\overline{I}}(T)$$

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(I) \times P_I(T) + P(\overline{I}) \times P_{\overline{I}}(T) \\ &= 0,057 \times 0,8 + 0,943 \times 0,01 \end{aligned}$$

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(I) \times P_I(T) + P(\overline{I}) \times P_{\overline{I}}(T) \\ &= 0,057 \times 0,8 + 0,943 \times 0,01 \\ &= 0,05503 \end{aligned}$$

2. Les événements I et $\overline{I}$ forment une partition de l'univers. On a alors, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(I) \times P_I(T) + P(\overline{I}) \times P_{\overline{I}}(T) \\ &= 0,057 \times 0,8 + 0,943 \times 0,01 \\ &= 0,05503 \end{aligned}$$

On a donc bien :

$$\boxed{P(T) = 0,05503}$$

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$P_T(I) =$$

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$P_T(I) = \frac{P(I \cap T)}{P(T)}$$

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$\begin{aligned} P_T(I) &= \frac{P(I \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,057 \times 0,8}{0,05503} \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$\begin{aligned} P_T(I) &= \frac{P(I \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,057 \times 0,8}{0,05503} \\ &\approx 0,8286 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$\begin{aligned} P_T(I) &= \frac{P(I \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,057 \times 0,8}{0,05503} \\ &\approx 0,8286 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ait été infecté sachant que son test est positif est donc :

3. Il s'agit de calculer $P_T(I)$:

$$\begin{aligned} P_T(I) &= \frac{P(I \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,057 \times 0,8}{0,05503} \\ &\approx 0,8286 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un individu ait été infecté sachant que son test est positif est donc :

$$\boxed{P_T(I) \approx 0,8286}$$

Partie C

Partie C

En prenant les même notation que dans la partie B, on a maintenant $P(T) = 0,2944$.

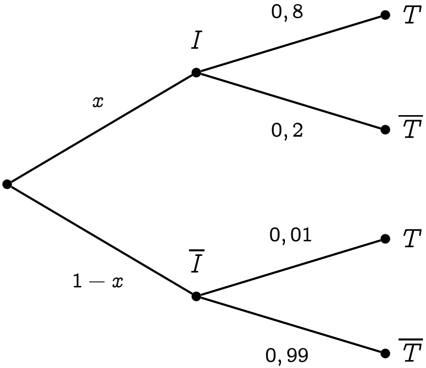
Partie C

En prenant les même notation que dans la partie B, on a maintenant $P(T) = 0,2944$. Soit $x = P(I)$ la probabilité cherchée.

Partie C

En prenant les même notation que dans la partie B, on a maintenant $P(T) = 0,2944$. Soit $x = P(I)$ la probabilité cherchée. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

En prenant les même notation que dans la partie B, on a maintenant $P(T) = 0,2944$. Soit $x = P(I)$ la probabilité cherchée. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



D'après la formule des probabilités totales, on a :

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$P(T) =$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$P(T) = x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1-x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \end{aligned}$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1-x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1-x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$,

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$0,79x + 0,01 = 0,2944 \Longleftrightarrow$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$0,79x + 0,01 = 0,2944 \iff 0,79x = 0,2844$$

D’après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned}P(T) &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01\end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s’agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned}0,79x + 0,01 = 0,2944 &\iff 0,79x = 0,2844 \\ &\iff x = \frac{0,2844}{0,79}\end{aligned}$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1 - x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned} 0,79x + 0,01 = 0,2944 &\Longleftrightarrow 0,79x = 0,2844 \\ &\Longleftrightarrow x = \frac{0,2844}{0,79} \\ &\Longleftrightarrow x = 0,36 \end{aligned}$$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1-x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned} 0,79x + 0,01 = 0,2944 &\iff 0,79x = 0,2844 \\ &\iff x = \frac{0,2844}{0,79} \\ &\iff x = 0,36 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait déjà été infectée est donc :

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= x \times 0,8 + (1-x) \times 0,01 \\ &= 0,8x + 0,01 - 0,01x \\ &= 0,79x + 0,01 \end{aligned}$$

Or $P(T) = 0,2944$, il s'agit alors de résoudre une équation :

$$\begin{aligned} 0,79x + 0,01 = 0,2944 &\Longleftrightarrow 0,79x = 0,2844 \\ &\Longleftrightarrow x = \frac{0,2844}{0,79} \\ &\Longleftrightarrow x = 0,36 \end{aligned}$$

La probabilité que la personne ait déjà été infectée est donc :

$$\boxed{P(I) = 0,36}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Faux**

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Toute suite décroissante et minorée par 0 est convergente mais la limite n'est pas nécessairement 0.

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Toute suite décroissante et minorée par 0 est convergente mais la limite n'est pas nécessairement 0. En effet, considérons la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = 2 + \frac{1}{n}$$

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Toute suite décroissante et minorée par 0 est convergente mais la limite n'est pas nécessairement 0. En effet, considérons la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = 2 + \frac{1}{n}$$

   Cette suite est décroissante et minorée par 2,

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Toute suite décroissante et minorée par 0 est convergente mais la limite n'est pas nécessairement 0. En effet, considérons la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

   $$u_n = 2 + \frac{1}{n}$$

   Cette suite est décroissante et minorée par 2, donc a fortiori minorée par 0.

Exercice 4

1. **Affirmation 1 : Faux**
   Toute suite décroissante et minorée par 0 est convergente mais la limite n'est pas nécessairement 0. En effet, considérons la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$u_n = 2 + \frac{1}{n}$$

   Cette suite est décroissante et minorée par 2, donc a fortiori minorée par 0. Et elle ne converge pas vers 0 mais vers 2.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a

   $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} =$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a

   $$\frac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\frac{9^n}{7^n} + \frac{3^n}{7^n}$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a

   $$\frac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\frac{9^n}{7^n} + \frac{3^n}{7^n} = -\left(\frac{9}{7}\right)^n + \left(\frac{3}{7}\right)^n.$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a
   $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a
$\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$ donc
$\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{9}{7}\right)^n = +\infty$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a
   $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$ donc
   $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{9}{7}\right)^n = +\infty$ et $-1 < \dfrac{3}{7} < 1$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

   Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a
   $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$ donc
   $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{9}{7}\right)^n = +\infty$ et $-1 < \dfrac{3}{7} < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{3}{7}\right)^n = 0$.

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{9}{7}\right)^n = +\infty$ et $-1 < \dfrac{3}{7} < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\dfrac{3}{7}\right)^n = 0$. On en déduit que :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\infty$$

2. **Affirmation 2 : Vrai**

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $\dfrac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\dfrac{9^n}{7^n} + \dfrac{3^n}{7^n} = -\left(\dfrac{9}{7}\right)^n + \left(\dfrac{3}{7}\right)^n$. Or $\dfrac{9}{7} > 1$ donc $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\dfrac{9}{7}\right)^n = +\infty$ et $-1 < \dfrac{3}{7} < 1$ donc $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\dfrac{3}{7}\right)^n = 0$. On en déduit que :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{-9^n + 3^n}{7^n} = -\infty$$

Et par le théorème de majoration $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} u_n = -\infty$.

3. **Affirmation 3 : Vrai**

3. **Affirmation 3 : Vrai**

   La fonction `terme(4)` renvoie la valeur de $1 + 0 + 1 + 2 + 3$

3. **Affirmation 3 : Vrai**
   La fonction `terme(4)` renvoie la valeur de $1+0+1+2+3=7$.

4. **Affirmation 4 : Faux**

4. **Affirmation 4 : Faux**

- La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$,

4. **Affirmation 4 : Faux**

- La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$, soit $15\,000$ euros.

4. **Affirmation 4 : Faux**

- La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$, soit $15\,000$ euros.
- La valeur S du prix B est égale à la somme des 15 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2.

4. **Affirmation 4 : Faux**
   - La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$, soit $15\,000$ euros.
   - La valeur S du prix B est égale à la somme des 15 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2. On a donc :

$$S =$$

4. **Affirmation 4 : Faux**
   - La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$, soit $15\,000$ euros.
   - La valeur S du prix B est égale à la somme des 15 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2. On a donc :

$$S = 1 \times \frac{1 - 2^{15}}{1 - 2}$$

4. **Affirmation 4 : Faux**

- La valeur du prix A est égale à $1\,000 \times 15$, soit $15\,000$ euros.
- La valeur S du prix B est égale à la somme des 15 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 2. On a donc :

$$S = 1 \times \frac{1 - 2^{15}}{1 - 2} = 32\,767$$

5. **Affirmation 5 : Vrai**

5. **Affirmation 5 : Vrai**
   Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction $\ln$ est positive

5. **Affirmation 5 : Vrai**
Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction $\ln$ est positive donc plus n est grand,

5. **Affirmation 5 : Vrai**
Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction $\ln$ est positive donc plus n est grand, plus l'intégrale est grande.

5. **Affirmation 5 : Vrai**
Sur l'intervalle $[1\,;+\infty[$, la fonction $\ln$ est positive donc plus n est grand, plus l'intégrale est grande. La suite (v_n) est donc croissante.