Centres étrangers - 6 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1

Exercice 1

1. Il s'agit du nombre de triplets dans un ensemble à 8 éléments.

Exercice 1

1. Il s'agit du nombre de triplets dans un ensemble à 8 éléments. Le nombre de tirages possibles est donc :

1. Il s'agit du nombre de triplets dans un ensemble à 8 éléments. Le nombre de tirages possibles est donc :

$$\boxed{8^3 = 512}$$

2. (a) Il s'agit du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 8 éléments.

2. (a) Il s'agit du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 8 éléments. Le nombre de tirages sans répétition de numéro est donc :

2. (a) Il s'agit du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 8 éléments. Le nombre de tirages sans répétition de numéro est donc :

$$\boxed{\frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336}$$

2. (b) Le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro est donc :

2. (b) Le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro est donc :

$$\boxed{512 - 336 = 176}$$

3. La variable aléatoire X_1 suit une loi uniforme sur l'ensemble des entiers compris entre 1 et 8.

3. La variable aléatoire X_1 suit une loi uniforme sur l'ensemble des entiers compris entre 1 et 8. Autrement dit sa loi est donnée par le tableau :

3. La variable aléatoire X_1 suit une loi uniforme sur l'ensemble des entiers compris entre 1 et 8. Autrement dit sa loi est donnée par le tableau :

k	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$E(X_1) =$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$$E(X_1) = 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{8} + 7 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{8}$$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$$E(X_1) = 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{8} + 7 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{8}$$
$$= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} + \frac{8}{8}$$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$$\begin{aligned}
E(X_1) &= 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{8} + 7 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{8} \\
&= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} + \frac{8}{8} \\
&= \frac{36}{8}
\end{aligned}$$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$$\begin{aligned}
E(X_1) &= 1\times\frac{1}{8}+2\times\frac{1}{8}+3\times\frac{1}{8}+4\times\frac{1}{8}+5\times\frac{1}{8}+6\times\frac{1}{8}+7\times\frac{1}{8}+8\times\frac{1}{8}\\
&= \frac{1}{8}+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}+\frac{4}{8}+\frac{5}{8}+\frac{6}{8}+\frac{7}{8}+\frac{8}{8}\\
&= \frac{36}{8}\\
&= \frac{9}{2}
\end{aligned}$$

4. Calculons l'espérance $E(X_1)$ de la variable aléatoire X_1 :

$$\begin{aligned} E(X_1) &= 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{8} + 4 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{8} + 7 \times \frac{1}{8} + 8 \times \frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8} + \frac{4}{8} + \frac{5}{8} + \frac{6}{8} + \frac{7}{8} + \frac{8}{8} \\ &= \frac{36}{8} \\ &= \frac{9}{2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{E(X_1) = \frac{9}{2} = 4,5}$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$E(S) =$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$E(S) = E(X_1 + X_2 + X_3)$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$\begin{aligned} E(S) &= E(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) \end{aligned}$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$\begin{aligned} E(S) &= E(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) \\ &= 4,5 + 4,5 + 4,5 \end{aligned}$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$\begin{aligned} E(S) &= E(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) \\ &= 4,5 + 4,5 + 4,5 \\ &= 13,5 \end{aligned}$$

5. On a $S = X_1 + X_2 + X_3$ donc, par linéarité de l'espérance, l'espérance de S est :

$$\begin{aligned} E(S) &= E(X_1 + X_2 + X_3) \\ &= E(X_1) + E(X_2) + E(X_3) \\ &= 4,5 + 4,5 + 4,5 \\ &= 13,5 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{E(S) = 13,5}$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons.

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$P(S = 24) =$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$P(S = 24) = P\left((X_1 = 8) \cap (X_2 = 8) \cap (X_3 = 8)\right)$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$\begin{aligned} P(S=24) &= P\left((X_1=8)\cap(X_2=8)\cap(X_3=8)\right) \\ &= P(X_1=8)\times P(X_2=8)\times P(X_3=8) \quad \textit{(par indépendance)} \end{aligned}$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$\begin{aligned}
P(S=24) &= P\left((X_1=8)\cap(X_2=8)\cap(X_3=8)\right)\\
&= P(X_1=8)\times P(X_2=8)\times P(X_3=8) \quad \textit{(par indépendance)}\\
&= \frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{8}
\end{aligned}$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$\begin{aligned} P(S=24) &= P\left((X_1=8)\cap(X_2=8)\cap(X_3=8)\right) \\ &= P(X_1=8)\times P(X_2=8)\times P(X_3=8) \quad \textit{(par indépendance)} \\ &= \frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{8} \\ &= \frac{1}{512} \end{aligned}$$

6. La seule façon d'obtenir une somme égale à 24 est d'obtenir 8 pour chacun des trois jetons. On a donc :

$$\begin{aligned}
P(S=24) &= P\left((X_1=8)\cap(X_2=8)\cap(X_3=8)\right) \\
&= P(X_1=8)\times P(X_2=8)\times P(X_3=8) \quad \textit{(par indépendance)} \\
&= \frac{1}{8}\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{8} \\
&= \frac{1}{512}
\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(S=24)=\frac{1}{512}}$$

7. (a) Les tirages permettant d'obtenir une somme supérieure ou égale à 22 sont :

7. (a) Les tirages permettant d'obtenir une somme supérieure ou égale à 22 sont : $(8\,;8\,;8)$, $(7\,;8\,;8)$, $(8\,;7\,;8)$, $(8\,;8\,;7)$, $(7\,;7\,;8)$, $(7\,;8\,;7)$, $(8\,;7\,;7)$, $(6\,;8\,;8)$, $(8\,;6\,;8)$ et $(8\,;8\,;6)$.

7. (a) Les tirages permettant d'obtenir une somme supérieure ou égale à 22 sont : $(8\,;8\,;8)$, $(7\,;8\,;8)$, $(8\,;7\,;8)$, $(8\,;8\,;7)$, $(7\,;7\,;8)$, $(7\,;8\,;7)$, $(8\,;7\,;7)$, $(6\,;8\,;8)$, $(8\,;6\,;8)$ et $(8\,;8\,;6)$. Soit :

$$\boxed{10 \text{ tirages}}$$

7. (b) Tous les tirages étant équiprobables,

7. (b) Tous les tirages étant équiprobables, la probabilité de gagner un lot est donc :

7. (b) Tous les tirages étant équiprobables, la probabilité de gagner un lot est donc :

$$\boxed{P(S \geqslant 22) = \frac{10}{512} = \frac{5}{256}}$$

Exercice 2

1. (a) On a :

Exercice 2

1. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty}$$

Exercice 2

1. (a) On a :

$$\boxed{\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \mathrm{e}^x = \mathrm{e} > 0 \\ \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} (x - 1) = 0^- \end{cases}$$

1. (b) On en déduit que :

1. (b) On en déduit que :

$$\boxed{\text{La courbe } \mathscr{C} \text{ admet une asymptote verticale d'équation } x = 1}$$

2. On a :

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow -\infty} f(x) = 0}$$

2. On a :

$$\boxed{\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0} \quad \text{car} \quad \begin{cases} \lim\limits_{x \to -\infty} \mathrm{e}^{x} = 0 \\ \lim\limits_{x \to -\infty} (x - 1) = -\infty \end{cases}$$

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;1[$, comme quotient de fonctions dérivables

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,; 1[$, comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in\,]-\infty\,; 1[$, on a :

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,; 1[$, comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in\,]-\infty\,; 1[$, on a :

$$f'(x) =$$

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,; 1[$, comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in\,]-\infty\,; 1[$, on a :

$$f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{x} \times (x-1) - \mathrm{e}^{x} \times 1}{(x-1)^{2}}$$

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;1[$, comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in\,]-\infty\,;1[$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\mathrm{e}^x \times (x-1) - \mathrm{e}^x \times 1}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1-1)\mathrm{e}^x}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

3. (a) La fonction f est dérivable sur $]-\infty\,;1[$, comme quotient de fonctions dérivables et, pour tout $x \in\,]-\infty\,;1[$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\mathrm{e}^x \times (x-1) - \mathrm{e}^x \times 1}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x-1-1)\mathrm{e}^x}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \frac{(x-2)\mathrm{e}^x}{(x-1)^2}}$$

3. (b) Pour tout $x \in \left]-\infty\,;1\right[$,

3. (b) Pour tout $x \in \left]-\infty\,; 1\right[$, on a $\mathrm{e}^x > 0$,

3. (b) Pour tout $x \in \,]-\infty\,;1[$, on a $\mathrm{e}^{x} > 0$, $x - 2 < 0$

3. (b) Pour tout $x \in \left]-\infty\,; 1\right[$, on a $\mathrm{e}^{x} > 0$, $x - 2 < 0$ et $(x-1)^2 > 0$

3. (b) Pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, on a $\mathrm{e}^x > 0$, $x - 2 < 0$ et $(x-1)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$.

3. (b) Pour tout $x \in \left]-\infty\,; 1\right[$, on a $\mathrm{e}^x > 0$, $x-2<0$ et $(x-1)^2>0$ donc $f'(x)>0$. On en déduit le tableau :

3. (b) Pour tout $x \in \left]-\infty\,;1\right[$, on a $\mathrm{e}^{x} > 0$, $x - 2 < 0$ et $(x-1)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$. On en déduit le tableau :

x	$-\infty$		1
$f'(x)$		$-$	$\Vert$
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$

4. (a) Pour tout $x \in \left]-\infty\,;1\right[$,

4. (a) Pour tout $x \in \left]-\infty\,; 1\right[$, $\mathrm{e}^x > 0$,

4. (a) Pour tout $x \in \,]-\infty\,; 1[$, $\mathrm{e}^x > 0$, $(x-1)^3 < 0$ (car $x - 1 < 0$)

4. (a) Pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $\text{e}^x > 0$, $(x-1)^3 < 0$ (car $x - 1 < 0$) et $x^2 - 4x + 5 > 0$ (car c'est un polynôme du second degré sans racine réelle).

4. (a) Pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $\mathrm{e}^{x} > 0$, $(x-1)^3 < 0$ (car $x - 1 < 0$) et $x^2 - 4x + 5 > 0$ (car c'est un polynôme du second degré sans racine réelle). On en déduit que, pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $f''(x) < 0$

4. (a) Pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $\mathrm{e}^x > 0$, $(x-1)^3 < 0$ (car $x - 1 < 0$) et $x^2 - 4x + 5 > 0$ (car c'est un polynôme du second degré sans racine réelle). On en déduit que, pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $f''(x) < 0$ et donc que :

4. (a) Pour tout $x \in \left]-\infty\,;1\right[$, $\mathrm{e}^x > 0$, $(x-1)^3 < 0$ (car $x - 1 < 0$) et $x^2 - 4x + 5 > 0$ (car c'est un polynôme du second degré sans racine réelle). On en déduit que, pour tout $x \in \left]-\infty\,;1\right[$, $f''(x) < 0$ et donc que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est concave sur } \left]-\infty\,;1\right[}$$

4. (b) On a :

- $f(0) =$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{\mathrm{e}^0}{0-1}$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$
- $f'(0) =$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$
- $f'(0) = \dfrac{-2e^0}{(-1)^2}$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$
- $f'(0) = \dfrac{-2e^0}{(-1)^2} = -2$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$
- $f'(0) = \dfrac{-2e^0}{(-1)^2} = -2$

La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 admet donc pour équation $y = -2(x-0) - 1$

4. (b) On a :

- $f(0) = \dfrac{e^0}{0-1} = -1$
- $f'(0) = \dfrac{-2e^0}{(-1)^2} = -2$

La tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 admet donc pour équation $y = -2(x-0) - 1$ soit :

$$\boxed{y = -2x - 1}$$

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$,

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes.

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T.

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T. On a donc, pour tout $x \in \,]-\infty\,; 1[$,

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,;1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T. On a donc, pour tout $x \in]-\infty\,;1[$, $f(x) \leqslant -2x - 1$

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,;1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T. On a donc, pour tout $x \in\,]-\infty\,;1[$, $f(x) \leqslant -2x-1$ soit :

$$\frac{\mathrm{e}^{x}}{x-1} \leqslant -2x-1$$

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T. On a donc, pour tout $x \in \,]-\infty\,; 1[$, $f(x) \leqslant -2x - 1$ soit :

$$\frac{\mathrm{e}^x}{x-1} \leqslant -2x - 1$$

Et donc, en multipliant par $x - 1$, qui est négatif :

4. (c) La fonction f étant concave sur $]-\infty\,; 1[$, sa courbe représentative est en-dessous de ses tangentes. En particulier $\mathscr{C}$ est en-dessous de T. On a donc, pour tout $x \in]-\infty\,; 1[$, $f(x) \leqslant -2x - 1$ soit :

$$\frac{\mathrm{e}^x}{x-1} \leqslant -2x - 1$$

Et donc, en multipliant par $x - 1$, qui est négatif :

$$\boxed{\mathrm{e}^x \geqslant (-2x-1)(x-1)}$$

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,;1[$,

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,; 1[$, la fonction f est continue et strictement décroissante.

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,;\,1[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$.

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,; 1[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$. Or $-2 \in]-\infty\,; 0[$

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,; 1[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$. Or $-2 \in\,]-\infty\,; 0[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

5. (a) Sur l'intervalle $]-\infty\,;1[$, la fonction f est continue et strictement décroissante. De plus $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$ et $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = -\infty$. Or $-2 \in\,]-\infty\,;0[$ donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution α sur $]-\infty\,;1[$.

5. (b) On a :

- $f(0,31) \approx -1,98$

5. (b) On a :

- $f(0,31) \approx -1,98 > -2$

5. (b) On a :

- $f(0,31) \approx -1,98 > -2$
- $f(0,32) \approx -2,03$

5. (b) On a :

- $f(0,31) \approx -1,98 > -2$
- $f(0,32) \approx -2,03 < -2$

5. (b) On a :

- $f(0,31) \approx -1,98 > -2$
- $f(0,32) \approx -2,03 < -2$

On en déduit :

$$\boxed{0,31 < \alpha < 0,32}$$

Exercice 3

1. On a :

$$\boxed{I\left(\frac{1}{2}\,;0\,;0\right)}$$

Exercice 3

1. On a :

$$\boxed{I\left(\frac{1}{2}\,;0\,;0\right)} \quad \text{et} \quad \boxed{J\left(1\,;1\,;\frac{1}{2}\right)}$$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$,

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} =$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1)+1\times 1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1 \times (-1) + 1 \times 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times 0 = -1 + 1$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1)+1\times 1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0 = -1+1 = 0$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1 \times (-1) + 1 \times 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times 0 = -1 + 1 = 0$
- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} =$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1)+1\times1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0 = -1+1=0$
- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} = 1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1\times 0+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times(-1)$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2} \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1 \times (-1) + 1 \times 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times 0 = -1 + 1 = 0$
- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} = 1 \times \left(-\dfrac{1}{2}\right) + 1 \times 0 + \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times (-1) = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1)+1\times 1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0 = -1+1 = 0$
- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} = 1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1\times 0+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times(-1) = -\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2} = 0$

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

   - $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1)+1\times 1+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0 = -1+1 = 0$
   - $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} = 1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1\times 0+\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times(-1) = -\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2} = 0$

   Le vecteur $\overrightarrow{EJ}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (FHI).

2. On a $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{FI}\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$. On a alors :

- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FH} = 1\times(-1) + 1\times 1 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)\times 0 = -1+1 = 0$
- $\overrightarrow{EJ}.\overrightarrow{FI} = 1\times\left(-\dfrac{1}{2}\right) + 1\times 0 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)\times(-1) = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{EJ}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (FHI). On en déduit que :

$$\boxed{\text{Le vecteur } \overrightarrow{EJ} \text{ est normal au plan } (FHI)}$$

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x - 2y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x - 2y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $F(1\,;\,0\,;\,1)$ appartient au plan donc ses coordonnées vérifient l'équation.

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x - 2y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $F(1\,;0\,;1)$ appartient au plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $-2 - 0 + 1 + d = 0$

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x - 2y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $F(1\,;0\,;1)$ appartient au plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $-2 - 0 + 1 + d = 0$ soit $d = 1$.

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x - 2y + z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $F(1\,;\,0\,;\,1)$ appartient au plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $-2 - 0 + 1 + d = 0$ soit $d = 1$. Le plan (FHI) admet donc pour équation cartésienne :

3. D'après la question précédente, le plan (FHI) admet une équation cartésienne de la forme :

$$-2x-2y+z+d=0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $F(1\,;0\,;1)$ appartient au plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $-2-0+1+d=0$ soit $d=1$. Le plan (FHI) admet donc pour équation cartésienne :

$$\boxed{-2x-2y+z+1=0}$$

4. La droite (EJ) passe par le point $E(0\,;0\,;1)$

4. La droite (EJ) passe par le point $E(0\,;0\,;1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur.

4. La droite (EJ) passe par le point $E(0\,;0\,;1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

4. La droite (EJ) passe par le point $E(0\,;0\,;1)$ et admet le vecteur $\overrightarrow{EJ}\begin{pmatrix}1\\1\\-\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$ pour vecteur directeur. Elle admet donc pour représentation paramétrique :

$$\boxed{\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-\dfrac{1}{2}t\end{cases}}\quad t\in\mathbb{R}$$

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI).

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$-2t-2t+1-\frac{1}{2}t+1=0 \Longleftrightarrow$$

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$-2t - 2t + 1 - \frac{1}{2}t + 1 = 0 \iff -\frac{9}{2}t = -2$$

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$\begin{aligned}-2t-2t+1-\frac{1}{2}t+1=0 &\Longleftrightarrow -\frac{9}{2}t=-2\\ &\Longleftrightarrow t=2\times\frac{2}{9}\end{aligned}$$

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$\begin{aligned}-2t-2t+1-\frac{1}{2}t+1=0 &\iff -\frac{9}{2}t=-2\\ &\iff t=2\times\frac{2}{9}\\ &\iff t=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$\begin{aligned}-2t-2t+1-\frac{1}{2}t+1=0 &\iff -\frac{9}{2}t=-2\\ &\iff t=2\times\frac{2}{9}\\ &\iff t=\frac{4}{9}\end{aligned}$$

Le point K est donc le point de paramètre $t=\dfrac{4}{9}$ dans la représentation paramétrique de la droite (EJ),

5. (a) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (EJ) et du plan (FHI). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de (EJ) dans l'équation cartésienne du plan (FHI) :

$$\begin{aligned} -2t-2t+1-\frac{1}{2}t+1=0 &\iff -\frac{9}{2}t=-2 \\ &\iff t=2\times\frac{2}{9} \\ &\iff t=\frac{4}{9} \end{aligned}$$

Le point K est donc le point de paramètre $t=\dfrac{4}{9}$ dans la représentation paramétrique de la droite (EJ), soit :

$$\boxed{K\left(\frac{4}{9}\,;\frac{4}{9}\,;\frac{7}{9}\right)}$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$,

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH).

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} =$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2}$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2}$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base,

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL,

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} =$$

5. (b) Soit $L\left(\frac{1}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{EFH} \times IL$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{EFH} \times IL = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{EFH} \times IL = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$$

5. (b) Soit $L\left(\dfrac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{EFH} \times IL = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$$

Le volume de la pyramide $EFHI$ est donc, en cm^3 :

5. (b) Soit $L\left(\frac{1}{2}\,;0\,;1\right)$ le milieu du segment $[EF]$, projeté orthogonal du point I sur le plan (EFH). Soit $\mathscr{A}_{EFH}$ l'aire du triangle rectangle EFH, on a :

$$\mathscr{A}_{EFH} = \frac{EF \times EH}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

En choisissant le triangle EFH comme base, la hauteur correspondante est la longueur IL, le volume $\mathscr{V}_{EFHI}$ de la pyramide $EFHI$ est alors égal à :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{EFH} \times IL = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}$$

Le volume de la pyramide $EFHI$ est donc, en cm^3 :

$$\boxed{\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{6}}$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base.

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK.

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$EK =$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$EK = \sqrt{\left(\frac{4}{9} - 0\right)^2 + \left(\frac{4}{9} - 0\right)^2 + \left(\frac{7}{9} - 1\right)^2}$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$\begin{aligned} EK &= \sqrt{\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{7}{9}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{16}{81}+\frac{4}{81}} \end{aligned}$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$\begin{aligned} EK &= \sqrt{\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{7}{9}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{16}{81}+\frac{4}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{36}{81}} \end{aligned}$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$\begin{aligned} EK &= \sqrt{\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{7}{9}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{16}{81}+\frac{4}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{36}{81}} \\ &= \frac{6}{9} \end{aligned}$$

5. (c) D'autre part, on peut exprimer le volume de la pyramide $EFHI$ en choisissant le triangle FHI pour base. La hauteur correspondante est alors la longueur EK. Or :

$$\begin{aligned} EK &= \sqrt{\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{4}{9}-0\right)^2+\left(\frac{7}{9}-1\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{16}{81}+\frac{4}{81}} \\ &= \sqrt{\frac{36}{81}} \\ &= \frac{6}{9} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} =$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3}$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

$$\frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI} = \frac{1}{6}$$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

$$\frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI} = \frac{1}{6}$$

Soit $\mathscr{A}_{FHI} =$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

$$\frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI} = \frac{1}{6}$$

Soit $\mathscr{A}_{FHI} = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{9}{2}$

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

$$\frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI} = \frac{1}{6}$$

Soit $\mathscr{A}_{FHI} = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{9}{2}$ et donc l'aire du triangle FHI, en cm^3, est :

On a alors, en notant $\mathscr{A}_{FHI}$ l'aire du triangle FHI :

$$\mathscr{V}_{EFHI} = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times EK = \frac{1}{3} \times \mathscr{A}_{FHI} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI}$$

On en déduit l'égalité :

$$\frac{2}{9}\mathscr{A}_{FHI} = \frac{1}{6}$$

Soit $\mathscr{A}_{FHI} = \dfrac{1}{6} \times \dfrac{9}{2}$ et donc l'aire du triangle FHI, en cm^3, est :

$$\boxed{\mathscr{A}_{FHI} = \frac{3}{4}}$$

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

Exercice 4 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

   Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$

1. La fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, $f'(x) \geqslant 0$ donc :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est croissante sur l'intervalle } [0\,;+\infty[}$$

2. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

2. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$f(x) - x =$$

2. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) - x = \sqrt{x+1} - x$$

2. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x)-x &= \sqrt{x+1}-x \\ &= \frac{(\sqrt{x+1}-x)(\sqrt{x+1}+x)}{\sqrt{x+1}+x} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x)-x &= \sqrt{x+1}-x \\ &= \frac{(\sqrt{x+1}-x)(\sqrt{x+1}+x)}{\sqrt{x+1}+x} \\ &= \frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-x^2}{\sqrt{x+1}+x} \end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) - x &= \sqrt{x+1} - x \\
&= \frac{(\sqrt{x+1} - x)(\sqrt{x+1} + x)}{\sqrt{x+1} + x} \\
&= \frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2 - x^2}{\sqrt{x+1} + x} \\
&= \frac{x + 1 - x^2}{\sqrt{x+1} + x}
\end{aligned}$$

2. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) - x &= \sqrt{x+1} - x \\ &= \frac{(\sqrt{x+1} - x)(\sqrt{x+1} + x)}{\sqrt{x+1} + x} \\ &= \frac{\left(\sqrt{x+1}\right)^2 - x^2}{\sqrt{x+1} + x} \\ &= \frac{x + 1 - x^2}{\sqrt{x+1} + x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f(x) - x = \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x}}$$

3. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = x \Longleftrightarrow f(x) - x = 0$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\Longleftrightarrow f(x) - x = 0 \\
&\Longleftrightarrow \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\
&\Longleftrightarrow -x^2 + x + 1 = 0
\end{aligned}$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

3. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{-2}$$

3. Pour tout $x \in [0\,; +\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{-2}$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{-2}$$

Soit :

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2+x+1}{\sqrt{x+1}+x} = 0 \\ &\iff -x^2+x+1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{-2}$$

Soit :

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\Longleftrightarrow f(x) - x = 0 \\ &\Longleftrightarrow \frac{-x^2+x+1}{\sqrt{x+1}+x} = 0 \\ &\Longleftrightarrow -x^2+x+1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{-2}$$

Soit :

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Or x_2 n'appartient pas à l'intervalle $[0\,;+\infty[$

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{-2}$$

Soit :

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Or x_2 n'appartient pas à l'intervalle $[0\,;+\infty[$ donc l'équation $f(x) = x$ admet pour unique solution sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$:

3. Pour tout $x \in [0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff f(x) - x = 0 \\ &\iff \frac{-x^2 + x + 1}{\sqrt{x+1} + x} = 0 \\ &\iff -x^2 + x + 1 = 0 \end{aligned}$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré qui admet pour discriminant $\Delta = 5$ et qui a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{-2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{-2}$$

Soit :

$$x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Or x_2 n'appartient pas à l'intervalle $[0\,;+\infty[$ donc l'équation $f(x) = x$ admet pour unique solution sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$:

$$\boxed{\ell = \frac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 =$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
    - **Initialisation :**
      Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5)$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6}$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$.

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$.

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$
     On a, en appliquant la fonction f, qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$
     On a, en appliquant la fonction f, qui est croissante sur $[0\,; +\infty[$:
     $$f(1) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$$

Partie B

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$
     On a, en appliquant la fonction f, qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(1) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$$
     Soit :
     $$\sqrt{2} \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$$

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$
     On a, en appliquant la fonction f, qui est croissante sur $[0\,; +\infty[$:
     $$f(1) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$$
     Soit :
     $$\sqrt{2} \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$$

Et donc, a fortiori :

$$1 \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$$

1. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$.
   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 5$ et $u_1 = f(5) = \sqrt{6} \approx 2,45$. On a donc bien $1 \leqslant u_1 \leqslant u_0$. La propriété est vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
     $$1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$$
     On a, en appliquant la fonction f, qui est croissante sur $[0\,;+\infty[$:
     $$f(1) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(u_n)$$
     Soit :
     $$\sqrt{2} \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$$

Et donc, a fortiori :
$$1 \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$$
La propriété est donc vraie au rang $n+1$.

- **Conclusion :**

- **Conclusion :**
La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire,

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On a donc montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. On a donc montré que, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\boxed{1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n}$$

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :
   - décroissante

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :
   - décroissante (car $u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :
    - décroissante (car $u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).
    - minorée par 1

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :

- décroissante (car $u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).
- minorée par 1 (car $u_n \geqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :
   - décroissante (car $u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).
   - minorée par 1 (car $u_n \geqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).

   On en déduit que :

2. D'après la question précedente, la suite (u_n) est :
   - décroissante (car $u_{n+1} \leqslant u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).
   - minorée par 1 (car $u_n \geqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$).

   On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est convergente}}$$

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l.

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$,

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

$$l = f(l)$$

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

$$l = f(l)$$

Autrement dit, l est solution de l'équation $f(x) = x$.

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

$$l = f(l)$$

Autrement dit, l est solution de l'équation $f(x) = x$. Et d'après la question 3 de la partie A, cette équation admet pour unique solution $\ell = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,; +\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

$$l = f(l)$$

Autrement dit, l est solution de l'équation $f(x) = x$. Et d'après la question 3 de la partie A, cette équation admet pour unique solution $\ell = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. On en déduit donc que :

3. La suite (u_n) est définie par la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Or on a vu, dans la question précédente, que cette suite converge vers une limite l. Et comme la fonction f est continue sur $[0\,;+\infty[$, par passage à la limite dans la relation précédente, on a :

$$l = f(l)$$

Autrement dit, l est solution de l'équation $f(x) = x$. Et d'après la question 3 de la partie A, cette équation admet pour unique solution $\ell = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. On en déduit donc que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge vers } \ell = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}$$

4. (a) La commande seuil(2) renvoie

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}.

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022$

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$
- $u_5 - \ell \approx 0,007$

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$
- $u_5 - \ell \approx 0,007 < 0,01$

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$
- $u_5 - \ell \approx 0,007 < 0,01$

C'est donc à partir de $n = 5$ que $|u_n - \ell| < 0,02$.

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$
- $u_5 - \ell \approx 0,007 < 0,01$

C'est donc à partir de $n = 5$ que $|u_n - \ell| < 0,02$. La valeur renvoyée par 5 est donc :

4. (a) La commande seuil(2) renvoie le premier indice à partir duquel l'écart entre u_n et ℓ est strictement inférieur à 10^{-2}. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

- $u_4 - \ell \approx 0,022 > 0,01$
- $u_5 - \ell \approx 0,007 < 0,01$

C'est donc à partir de $n = 5$ que $|u_n - \ell| < 0,02$. La valeur renvoyée par 5 est donc :

$$\boxed{5}$$

4. (b) Cela signifie que c'est à partir de u_9

4. (b) Cela signifie que c'est à partir de u_9 que l'écart entre les termes de la suite et sa limite devient strictement plus petit que 10^{-4}.

4. (b) Cela signifie que c'est à partir de u_9 que l'écart entre les termes de la suite et sa limite devient strictement plus petit que 10^{-4}. Autrement dit :

$$\boxed{\text{Pour tout } n \geqslant 9,\ |u_n - \ell| < 0{,}0001}$$