Centres étrangers - 5 juin 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

Exercice 1 - Partie A

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$, et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$, et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$f'(x) =$$

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$, et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$f'(x) = \frac{0,96(0,93x + 0,03) - 0,96x \times 0,93}{(0,93x + 0,03)^2}$$

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$, et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{0,96(0,93x+0,03)-0,96x\times 0,93}{(0,93x+0,03)^2} \\ &= \frac{0,8928x+0,0288-0,8928x}{(0,93x+0,03)^2} \end{aligned}$$

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;1]$, et pour tout $x \in [0\,;1]$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{0,96(0,93x+0,03) - 0,96x \times 0,93}{(0,93x+0,03)^2} \\ &= \frac{0,8928x + 0,0288 - 0,8928x}{(0,93x+0,03)^2} \\ &= \frac{0,0288}{(0,93x+0,03)^2} \end{aligned}$$

Exercice 1 - Partie A

1. La fonction f est dérivable sur $[0\,;1]$, et pour tout $x \in [0\,;1]$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{0,96(0,93x+0,03) - 0,96x \times 0,93}{(0,93x+0,03)^2} \\ &= \frac{0,8928x + 0,0288 - 0,8928x}{(0,93x+0,03)^2} \\ &= \frac{0,0288}{(0,93x+0,03)^2} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = \frac{0,0288}{(0,93x+0,03)^2}}$$

2. Pour tout $x \in [0\,;\,1]$,

2. Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, $(0,93x + 0,03)^2 > 0$

2. Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, $(0,93x + 0,03)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$.

2. Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, $(0,93x + 0,03)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$. On en déduit que :

2. Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, $(0,93x + 0,03)^2 > 0$ donc $f'(x) > 0$. On en déduit que :

$$\boxed{\text{La fonction } f \text{ est strictement croissante sur l'intervalle } [0\,;\,1]}$$

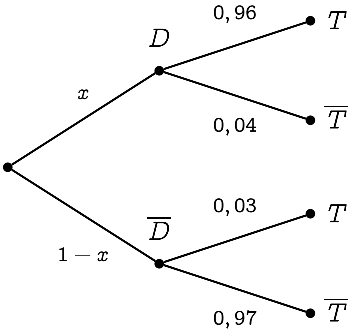
Partie B

Partie B

1. On peut compléter l'arbre de la façon suivante :

Partie B

1. On peut compléter l'arbre de la façon suivante :



2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

$$P(D \cap T) =$$

2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

$$P(D \cap T) = P(D) \times P_D(T)$$

2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(D \cap T) &= P(D) \times P_D(T) \\ &= x \times 0,96 \end{aligned}$$

2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

$$\begin{aligned} P(D \cap T) &= P(D) \times P_D(T) \\ &= x \times 0,96 \end{aligned}$$

La probabilité qu'un sportif soit dopé et ait un test positif est donc :

2. Il s'agit de calculer $P(D \cap T)$:

$$P(D \cap T) = P(D) \times P_D(T)$$
$$= x \times 0,96$$

La probabilité qu'un sportif soit dopé et ait un test positif est donc :

$$\boxed{P(D \cap T) = 0,96x}$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers.

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) =$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(T) = P(D) \times P_D(T) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(T)$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(D) \times P_D(T) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(T) \\ &= x \times 0,96 + (1-x) \times 0,03 \end{aligned}$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(D) \times P_D(T) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(T) \\ &= x \times 0,96 + (1 - x) \times 0,03 \\ &= 0,96x + 0,03 - 0,03x \end{aligned}$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(D) \times P_D(T) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(T) \\ &= x \times 0,96 + (1 - x) \times 0,03 \\ &= 0,96x + 0,03 - 0,03x \\ &= 0,93x + 0,03 \end{aligned}$$

3. Les événements D et $\overline{D}$ forment une partition de l'univers. On a donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(D) \times P_D(T) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(T) \\ &= x \times 0,96 + (1-x) \times 0,03 \\ &= 0,96x + 0,03 - 0,03x \\ &= 0,93x + 0,03 \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{P(T) = 0,93x + 0,03}$$

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$P_T(D) =$$

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$P_T(D) = \frac{P(D \cap T)}{P(T)}$$

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La probabilité que le sportif soit dopé sachant que le test est positif est donc égale à $f(x)$.

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La probabilité que le sportif soit dopé sachant que le test est positif est donc égale à $f(x)$. Et comme il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés,

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La probabilité que le sportif soit dopé sachant que le test est positif est donc égale à $f(x)$. Et comme il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés, on a $x = \dfrac{50}{1\,000} = 0,05$.

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La probabilité que le sportif soit dopé sachant que le test est positif est donc égale à $f(x)$. Et comme il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés, on a $x = \dfrac{50}{1\,000} = 0,05$. La probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que son test est positif est :

4. Il s'agit de calculer $P_T(D)$:

$$\begin{aligned} P_T(D) &= \frac{P(D \cap T)}{P(T)} \\ &= \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

La probabilité que le sportif soit dopé sachant que le test est positif est donc égale à $f(x)$. Et comme il y a 50 sportifs dopés parmi les 1 000 testés, on a $x = \dfrac{50}{1\,000} = 0,05$. La probabilité qu'un sportif soit dopé sachant que son test est positif est :

$$\boxed{P_T(D) = f(0,05) \approx 0,63}$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente,

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$.

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$P_T(D) \geqslant 0,9 \iff$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$P_T(D) \geqslant 0,9 \iff \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geqslant 0,9$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_T(D) \geqslant 0,9 &\Longleftrightarrow \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geqslant 0,9 \\ &\Longleftrightarrow 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \end{aligned}$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geqslant 0,9 \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \end{aligned}$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x+0,03} \geqslant 0,9 \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \\ &\iff 0,123x \geqslant 0,027 \end{aligned}$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$
\begin{aligned}
P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geqslant 0,9 \\
&\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \\
&\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \\
&\iff 0,123x \geqslant 0,027 \\
&\iff x \geqslant \frac{0,027}{0,123}
\end{aligned}
$$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x+0,03} \geqslant 0,9 \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x+0,03) \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \\ &\iff 0,123x \geqslant 0,027 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,027}{0,123} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,027}{0,123} \approx 0,22$

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$
\begin{aligned}
P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x + 0,03} \geqslant 0,9 \\
&\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \\
&\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \\
&\iff 0,123x \geqslant 0,027 \\
&\iff x \geqslant \frac{0,027}{0,123}
\end{aligned}
$$

Or $\dfrac{0,027}{0,123} \approx 0,22$ la valeur de x à partir de laquelle la valeur prédictive positive du test étudié sera supérieure ou égale à $0,9$ est :

5. (a) La valeur prédictive positive du test est égale à $P_T(D)$ et, d'après la question précédente, $P_T(D) = \dfrac{0,96x}{0,93x + 0,03}$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_T(D) \geqslant 0,9 &\iff \frac{0,96x}{0,93x+0,03} \geqslant 0,9 \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,9(0,93x + 0,03) \\ &\iff 0,96x \geqslant 0,837x + 0,027 \\ &\iff 0,123x \geqslant 0,027 \\ &\iff x \geqslant \frac{0,027}{0,123} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{0,027}{0,123} \approx 0,22$ la valeur de x à partir de laquelle la valeur prédictive positive du test étudié sera supérieure ou égale à $0,9$ est :

$$\boxed{x \approx 0,22}$$

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

$$P_T(D) = f(x)$$

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

$$P_T(D) = f(x)$$

En ne ciblant que les sportifs supposés être plus fréquemment dopés, la proportion x augmente.

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

$$P_T(D) = f(x)$$

En ne ciblant que les sportifs supposés être plus fréquemment dopés, la proportion x augmente. Or, d'après la partie A, la fonction f est croissante

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

$$P_T(D) = f(x)$$

En ne ciblant que les sportifs supposés être plus fréquemment dopés, la proportion x augmente. Or, d'après la partie A, la fonction f est croissante donc une conséquence de cette décision est que :

5. (b) D'après la question précédente, pour une proportion x de sportifs dopés, la valeur prédictive positive du test est :

$$P_T(D) = f(x)$$

En ne ciblant que les sportifs supposés être plus fréquemment dopés, la proportion x augmente. Or, d'après la partie A, la fonction f est croissante donc une conséquence de cette décision est que :

$$\boxed{\text{La valeur prédictive positive du test va augmenter}}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$f(x) = x \Longleftrightarrow$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$f(x) = x \iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\ &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\ &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\ &\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\ &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\ &\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\
&\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\
&\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\
&\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\
&\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\
&\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\
&\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{2} \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln\left(\frac{1}{2}\right)
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\Longleftrightarrow 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\
&\Longleftrightarrow 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\
&\Longleftrightarrow x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\
&\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\
&\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1 \\
&\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{2} \\
&\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\
&\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \ln(2)
\end{aligned}$$

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned}
f(x) = x &\iff 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\
&\iff 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\
&\iff x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1 \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{2} \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\
&\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \ln(2)
\end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ est donc :

Exercice 2

1. (a) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = x &\Longleftrightarrow 2x\mathrm{e}^{-x} = x \\ &\Longleftrightarrow 2x\mathrm{e}^{-x} - x = 0 \\ &\Longleftrightarrow x\left(2\mathrm{e}^{-x} - 1\right) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} - 1 = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad 2\mathrm{e}^{-x} = 1 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad \mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{2} \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad -x = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \ln(2) \end{aligned}$$

L'ensemble solution de l'équation $f(x) = x$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ est donc :

$$\boxed{\mathscr{S} = \{0\,;\,\ln(2)\}}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$f'(x) =$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$f'(x) = 2 \times \mathrm{e}^{-x} + 2x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right)$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \times \mathrm{e}^{-x} + 2x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (2-2x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \times \mathrm{e}^{-x} + 2x \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) \\ &= (2-2x)\mathrm{e}^{-x} \\ &= 2(1-x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

1. (b) La fonction f est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \times \mathrm{e}^{-x} + 2x \times (-\mathrm{e}^{-x}) \\ &= (2 - 2x)\mathrm{e}^{-x} \\ &= 2(1 - x)\mathrm{e}^{-x} \end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{f'(x) = 2(1 - x)\mathrm{e}^{-x}}$$

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$,

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a $2 > 0$,

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a $2 > 0$, $(1 - x) \geqslant 0$

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a $2 > 0$, $(1-x) \geqslant 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$.

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a $2 > 0$, $(1 - x) \geqslant 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$. On en déduit le tableau :

1. (c) Pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a $2 > 0$, $(1 - x) \geqslant 0$ et $\mathrm{e}^{-x} > 0$. On en déduit le tableau :

x	0		1
$f'(x)$		$+$	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	$2\mathrm{e}^{-1}$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$,

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 =$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1)$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2e^{-0,1}$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\text{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\text{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

$$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

$$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

Soit :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :
  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$
  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:
  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$
  Soit :
  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$
  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;1]$:

$$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

Soit :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

$$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire,

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$. On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

$$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;1]$:

$$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

$$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

2. (a) Montrons par récurrence que, pour tout n entier naturel, $0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,1$ et $u_1 = f(0,1) = 0,2\mathrm{e}^{-0,1} \approx 0,18$.On a donc bien $0 \leqslant u_0 < u_1 \leqslant 1$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire :

  $$0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1$$

  On a alors, en appliquant la fonction f qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$f(0) \leqslant f(u_n) < f(u_{n+1}) \leqslant f(1)$$

  Soit :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 2\mathrm{e}^{-1}$$

  Or $2\mathrm{e}^{-1} \approx 0,74 < 1$ donc, a fortiori :

  $$0 \leqslant u_{n+1} < u_{n+2} \leqslant 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n+1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$. Soit, pour tout $n \in \mathbb{N}$:

  $$\boxed{0 \leqslant u_n < u_{n+1} \leqslant 1}$$

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- majorée par 1

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

On en déduit que :

2. (b) D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
- majorée par 1 (car $u_n \leqslant 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ converge}}$$

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge,

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite.

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$,

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

3. D’après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l’égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$.

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

   Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a,

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;\,1]$:

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;\,1]$: 0 et $\ln(2)$.

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;\,1]$: 0 et $\ln(2)$. Enfin, la suite (u_n) est croissante et $u_0 = 0,1$

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;1]$: 0 et $\ln(2)$. Enfin, la suite (u_n) est croissante et $u_0 = 0,1$ donc la suite (u_n) ne peut pas converger vers 0.

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;1]$: 0 et $\ln(2)$. Enfin, la suite (u_n) est croissante et $u_0 = 0,1$ donc la suite (u_n) ne peut pas converger vers 0. On en déduit que la limite de la suite (u_n) est :

3. D'après la question précédente, la suite (u_n) converge, notons ℓ sa limite. La fonction f étant continue sur $[0\,;\,1]$, on a alors, par passage à la limite dans l'égalité $u_{n+1} = f(u_n)$:

$$\ell = f(\ell)$$

Autrement dit ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$. Or on a vu, dans la question a, que l'équation $f(x) = x$ admettait deux solution sur $[0\,;\,1]$: 0 et $\ln(2)$. Enfin, la suite (u_n) est croissante et $u_0 = 0,1$ donc la suite (u_n) ne peut pas converger vers 0. On en déduit que la limite de la suite (u_n) est :

$$\boxed{\ell = \ln(2)}$$

4. (a) La suite (u_n) est croissante et converge vers $\ln(2)$,

4. (a) La suite (u_n) est croissante et converge vers $\ln(2)$, elle est donc majorée par $\ln(2)$.

4. (a) La suite (u_n) est croissante et converge vers $\ln(2)$, elle est donc majorée par $\ln(2)$. Autrement dit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \ln(2)$,

4. (a) La suite (u_n) est croissante et converge vers $\ln(2)$, elle est donc majorée par $\ln(2)$. Autrement dit, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant \ln(2)$, ou encore :

$$\boxed{\ln(2) - u_n \geqslant 0}$$

4. (b) On peut compléter le script de la façon suivante :

4. (b) On peut compléter le script de la façon suivante :

```python
def seuil() :
    n = 0
    u = 0.1
    while log(2) - u > 0.0001 :
        n = n+1
        u = 2*u*exp(-u)
    return (u,n)
```

4. (c) En programmant ce script sur la calculatrice,

4. (c) En programmant ce script sur la calculatrice, on obtient le résultat `(0.6931009075876846, 11)`.

4. (c) En programmant ce script sur la calculatrice, on obtient le résultat `(0.6931009075876846, 11)`. La valeur de la variable n est donc :

4. (c) En programmant ce script sur la calculatrice, on obtient le résultat `(0.6931009075876846, 11)`. La valeur de la variable n est donc :

$$\boxed{n = 11}$$

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante,

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$.

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$.

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. La fonction f est alors solution de (E_0) si et seulement si pour tout $x \in \mathbb{R}$,

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. La fonction f est alors solution de (E_0) si et seulement si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = f(x)$,

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. La fonction f est alors solution de (E_0) si et seulement si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = f(x)$, soit $0 = k$.

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. La fonction f est alors solution de (E_0) si et seulement si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = f(x)$, soit $0 = k$. On en déduit que :

Exercice 3

1. Soit f une fonction constante, il existe donc un réel k tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = k$. La fonction f est dérivable et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 0$. La fonction f est alors solution de (E_0) si et seulement si pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = f(x)$, soit $0 = k$. On en déduit que :

$$\boxed{f \text{ est la fonction nulle}}$$

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$ avec $a = 1$,

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$ avec $a = 1$, les solutions sont donc les fonctions de la forme

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$ avec $a = 1$, les solutions sont donc les fonctions de la forme $x \mapsto C\mathrm{e}^{ax}$

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$ avec $a = 1$, les solutions sont donc les fonctions de la forme $x \mapsto C\mathrm{e}^{ax}$ soit les fonctions :

2. L'équation différentielle (E_0) est de la forme $y' = ay$ avec $a = 1$, les solutions sont donc les fonctions de la forme $x \mapsto C\mathrm{e}^{ax}$ soit les fonctions :

$$\boxed{x \mapsto C\mathrm{e}^{x}} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) =$$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) = 2\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) - 3\sin(x)$$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) &= 2\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &= \cos(x) - 2\sin(x) \end{aligned}$$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) &= 2\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &= \cos(x) - 2\sin(x) \end{aligned}$$

On a donc $h'(x) = h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)$

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) &= 2\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &= \cos(x) - 2\sin(x) \end{aligned}$$

On a donc $h'(x) = h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc :

3. La fonction h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$h'(x) = -2\sin(x) + \cos(x)$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned} h(x) - \cos(x) - 3\sin(x) &= 2\cos(x) + \sin(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &= \cos(x) - 2\sin(x) \end{aligned}$$

On a donc $h'(x) = h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc :

$$\boxed{h \text{ est solution de l'équation différentielle } (E)}$$

4. On a :

4. On a :

f est solution de $(E) \Longleftrightarrow$

4. On a :

f est solution de $(E) \iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x)$

4. On a :

$$\begin{aligned} f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\qquad\qquad - (h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned} f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad - (h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \\ &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad - h(x) + \cos(x) + 3\sin(x) \end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned}
f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -(h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -h(x) + \cos(x) + 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - h(x)
\end{aligned}$$

4. On a :

$$
\begin{aligned}
f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -(h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad -h(x) + \cos(x) + 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - h(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ (f-h)'(x) = (f-h)(x)
\end{aligned}
$$

4. On a :

$$\begin{aligned}
f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -(h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -h(x) + \cos(x) + 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - h(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ (f - h)'(x) = (f - h)(x) \\
&\iff f - h \text{ est solution de } (E_0)
\end{aligned}$$

4. On a :

$$\begin{aligned}
f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x)\\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x)\\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -(h(x) - \cos(x) - 3\sin(x))\\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x)\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -h(x) + \cos(x) + 3\sin(x)\\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - h(x)\\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ (f-h)'(x) = (f-h)(x)\\
&\iff f - h \text{ est solution de } (E_0)
\end{aligned}$$

On a donc montré l'équivalence :

4. On a :

$$\begin{aligned}
f \text{ est solution de } (E) &\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) - h'(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -(h(x) - \cos(x) - 3\sin(x)) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - \cos(x) - 3\sin(x) \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad -h(x) + \cos(x) + 3\sin(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) - h'(x) = f(x) - h(x) \\
&\iff \forall x \in \mathbb{R},\ (f-h)'(x) = (f-h)(x) \\
&\iff f - h \text{ est solution de } (E_0)
\end{aligned}$$

On a donc montré l'équivalence :

$$\boxed{f \text{ est solution de } (E) \iff f - h \text{ est solution de } (E_0)}$$

5. D'après la question précédente, f est une solution de (E) si et seulement si $f - h$ est solution de (E_0),

5. D'après la question précédente, f est une solution de (E) si et seulement si $f - h$ est solution de (E_0), c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel C tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f-h)(x) = C\mathrm{e}^x$,

5. D'après la question précédente, f est une solution de (E) si et seulement si $f - h$ est solution de (E_0), c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel C tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f - h)(x) = C\mathrm{e}^x$, soit $f(x) = C\mathrm{e}^x + h(x)$.

5. D'après la question précédente, f est une solution de (E) si et seulement si $f - h$ est solution de (E_0), c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel C tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f-h)(x) = C\mathrm{e}^{x}$, soit $f(x) = C\mathrm{e}^{x} + h(x)$. Les solutions de (E) sont donc les fonctions de la forme :

5. D'après la question précédente, f est une solution de (E) si et seulement si $f-h$ est solution de (E_0), c'est-à-dire si et seulement si il existe un réel C tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(f-h)(x) = C\mathrm{e}^x$, soit $f(x) = C\mathrm{e}^x + h(x)$. Les solutions de (E) sont donc les fonctions de la forme :

$$\boxed{x \mapsto C\mathrm{e}^x + 2\cos(x) + \sin(x)} \quad \text{avec } C \in \mathbb{R}$$

6. Soit g une solution de (E),

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\text{e}^{x} + 2\cos(x) + \sin(x)$.

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^{x} + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$g(0) = 0 \Longleftrightarrow$$

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^{x} + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$g(0) = 0 \iff C\mathrm{e}^{0} + 2\cos(0) + \sin(0) = 0$$

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^x + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$\begin{aligned} g(0) = 0 &\iff C\mathrm{e}^0 + 2\cos(0) + \sin(0) = 0 \\ &\iff C + 2 = 0 \end{aligned}$$

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^{x} + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$\begin{aligned} g(0) = 0 &\iff C\mathrm{e}^{0} + 2\cos(0) + \sin(0) = 0 \\ &\iff C + 2 = 0 \\ &\iff C = -2 \end{aligned}$$

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^x + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$\begin{aligned} g(0) = 0 &\iff C\mathrm{e}^0 + 2\cos(0) + \sin(0) = 0 \\ &\iff C + 2 = 0 \\ &\iff C = -2 \end{aligned}$$

L'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 0$

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^{x} + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$\begin{aligned} g(0) = 0 &\iff C\mathrm{e}^{0} + 2\cos(0) + \sin(0) = 0 \\ &\iff C + 2 = 0 \\ &\iff C = -2 \end{aligned}$$

L'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 0$ est donc la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

6. Soit g une solution de (E), il existe donc $C \in \mathbb{R}$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = C\mathrm{e}^x + 2\cos(x) + \sin(x)$. On a alors :

$$\begin{aligned} g(0) = 0 &\iff C\mathrm{e}^0 + 2\cos(0) + \sin(0) = 0 \\ &\iff C + 2 = 0 \\ &\iff C = -2 \end{aligned}$$

L'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 0$ est donc la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$ par :

$$\boxed{g(x) = -2\mathrm{e}^x + 2\cos(x) + \sin(x)}$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$I =$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x \\ &= \Big[-2\mathrm{e}^x - \cos(x) + 2\sin(x) \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x \\
&= \Big[-2\mathrm{e}^x - \cos(x) + 2\sin(x) \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(-2\mathrm{e}^0 - \cos(0) + 2\sin(0)\right)
\end{aligned}$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$
\begin{aligned}
I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right)\mathrm{d}x \\
&= \Big[-2\mathrm{e}^x - \cos(x) + 2\sin(x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(-2\mathrm{e}^0 - \cos(0) + 2\sin(0)\right) \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} + 2\right) - (-2 - 1)
\end{aligned}
$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x \\
&= \Big[-2\mathrm{e}^x - \cos(x) + 2\sin(x) \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(-2\mathrm{e}^0 - \cos(0) + 2\sin(0)\right) \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} + 2\right) - (-2 - 1) \\
&= -2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} + 2 + 3
\end{aligned}$$

7. Notons I l'intégrale demandée, on a :

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x \\
&= \Big[-2\mathrm{e}^x - \cos(x) + 2\sin(x)\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + 2\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(-2\mathrm{e}^0 - \cos(0) + 2\sin(0)\right) \\
&= \left(-2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} + 2\right) - (-2 - 1) \\
&= -2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} + 2 + 3
\end{aligned}$$

Soit :

$$\boxed{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-2\mathrm{e}^x + \sin(x) + 2\cos(x)\right) \mathrm{d}x = 5 - 2\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}}$$

Exercice 4

Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$

Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$.

Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires

Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires (leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles)

Exercice 4

1. On a $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires (leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles) donc :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B \text{ et } C \text{ ne sont pas alignés}}$$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} =$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2)$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} =$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 3 + 3 \times (-1) + 5 \times 0$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 3 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = 3 - 3$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 3 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = 3 - 3 = 0$

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 3 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = 3 - 3 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), on en déduit que :

2. (a) On a :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + 3 \times 3 + 5 \times (-2) = 1 + 9 - 10 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{AC} = 1 \times 3 + 3 \times (-1) + 5 \times 0 = 3 - 3 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), on en déduit que :

$$\boxed{\text{Le vecteur } \overrightarrow{n} \text{ est orthogonal au plan } (ABC)}$$

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal,

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation.

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$-2 + 3 \times 0 + 5 \times 2 + d = 0$

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$-2 + 3 \times 0 + 5 \times 2 + d = 0$ soit $d = -8$.

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc $-2 + 3 \times 0 + 5 \times 2 + d = 0$ soit $d = -8$. On en déduit que le plan (ABC) admet l'équation cartésienne :

2. (b) Le plan (ABC) admet le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$ pour vecteur normal, il admet donc une équation cartésienne de la forme :

$$x + 3y + 5z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $A(-2\,;0\,;2)$ appartient à ce plan donc ses coordonnées vérifient l'équation. On a donc
$-2 + 3 \times 0 + 5 \times 2 + d = 0$ soit $d = -8$. On en déduit que le plan (ABC) admet l'équation cartésienne :

$$\boxed{x + 3y + 5z - 8 = 0}$$

2. (c) Les coordonnées du point D ne vérifient pas l'équation du plan (ABC).

2. (c) Les coordonnées du point D ne vérifient pas l'équation du plan (ABC). En effet $0 + 3 \times 0 + 5 \times 3 - 8 = 7 \neq 0$.

2. (c) Les coordonnées du point D ne vérifient pas l'équation du plan (ABC). En effet $0+3\times 0+5\times 3-8=7\neq 0$. On en déduit que le point D n'appartient pas au plan (ABC) et donc que :

2. (c) Les coordonnées du point D ne vérifient pas l'équation du plan (ABC). En effet $0+3\times 0+5\times 3-8=7\neq 0$. On en déduit que le point D n'appartient pas au plan (ABC) et donc que :

$$\boxed{\text{Les points } A,\ B,\ C \text{ et } D \text{ ne sont pas coplanaires}}$$

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique,

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$,

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC)

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC) donc la droite $\mathscr{D}_1$ est orthogonale au plan (ABC).

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC) donc la droite $\mathscr{D}_1$ est orthogonale au plan (ABC).
- Le point D appartient à la droite $\mathscr{D}_1$,

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC) donc la droite $\mathscr{D}_1$ est orthogonale au plan (ABC).
- Le point D appartient à la droite $\mathscr{D}_1$, en effet c'est le point de paramètre $t = 0$

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC) donc la droite $\mathscr{D}_1$ est orthogonale au plan (ABC).
- Le point D appartient à la droite $\mathscr{D}_1$, en effet c'est le point de paramètre $t = 0$ dans la représentation paramétrique.

3. (a) Il s'agit de vérifier que la droite $\mathscr{D}_1$ passe par D et est orthogonale au plan (ABC).

- D'après sa représentation paramétrique, la droite $\mathscr{D}_1$ est dirigée par le vecteur $\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$. Or ce vecteur est le vecteur $\overrightarrow{n}$, qui est normal au plan (ABC) donc la droite $\mathscr{D}_1$ est orthogonale au plan (ABC).
- Le point D appartient à la droite $\mathscr{D}_1$, en effet c'est le point de paramètre $t = 0$ dans la représentation paramétrique.

Finalement :

$$\boxed{\mathscr{D}_1 \text{ est la hauteur du tétraèdre } ABCD \text{ issue de } D}$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3(1 + 3s) = -1 - 5s \\ 3 + 5(1 + 3s) = 2 - 6s \end{cases}$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3(1 + 3s) = -1 - 5s \\ 3 + 5(1 + 3s) = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3 + 9s = -1 - 5s \\ 3 + 5 + 15s = 2 - 6s \end{cases}$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3(1 + 3s) = -1 - 5s \\ 3 + 5(1 + 3s) = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3 + 9s = -1 - 5s \\ 3 + 5 + 15s = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 14s = -4 \\ 21s = -6 \end{cases}$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3(1 + 3s) = -1 - 5s \\ 3 + 5(1 + 3s) = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3 + 9s = -1 - 5s \\ 3 + 5 + 15s = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 14s = -4 \\ 21s = -6 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3 \times \left(-\dfrac{2}{7}\right) \\ s = -\dfrac{2}{7} \\ s = -\dfrac{2}{7} \end{cases}$$

3. (b) Résolvons le système obtenu à l'aide des représentations paramétriques de $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$:

$$\begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3t = -1 - 5s \\ 3 + 5t = 2 - 6s \end{cases} \iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3(1 + 3s) = -1 - 5s \\ 3 + 5(1 + 3s) = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 3 + 9s = -1 - 5s \\ 3 + 5 + 15s = 2 - 6s \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3s \\ 14s = -4 \\ 21s = -6 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = 1 + 3 \times \left(-\dfrac{2}{7}\right) \\ s = -\dfrac{2}{7} \\ s = -\dfrac{2}{7} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} t = \dfrac{1}{7} \\ s = -\dfrac{2}{7} \end{cases}$$

Le système admet un unique couple solution

Le système admet un unique couple solution donc les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes.

Le système admet un unique couple solution donc les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes. Leur point d'intersection est le point de paramètre $t = \dfrac{1}{7}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$

Le système admet un unique couple solution donc les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes. Leur point d'intersection est le point de paramètre $t = \dfrac{1}{7}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ et $s = -\dfrac{2}{7}$ dans celle de $\mathscr{D}_2$, Le système admet un unique couple solution donc les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes. Leur point d'intersection est le point de paramètre $t = \dfrac{1}{7}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ et $s = -\dfrac{2}{7}$ dans celle de $\mathscr{D}_2$, c'est-à-dire le point de coordonnées :

Le système admet un unique couple solution donc les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont sécantes. Leur point d'intersection est le point de paramètre $t = \dfrac{1}{7}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ et $s = -\dfrac{2}{7}$ dans celle de $\mathscr{D}_2$, c'est-à-dire le point de coordonnées :

$$\boxed{\left(\frac{1}{7}\,;\,\frac{3}{7}\,;\,\frac{26}{7}\right)}$$

4. (a)
   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC).

4. (a)

   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

4. (a)
   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$t + 3 \times 3t + 5(3 + 5t) - 8 = 0 \Longleftrightarrow$$

4. (a)

   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$t + 3 \times 3t + 5(3 + 5t) - 8 = 0 \iff t + 9t + 15 + 25t - 8 = 0$$

4. (a)

   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} t+3\times 3t+5(3+5t)-8=0 &\iff t+9t+15+25t-8=0 \\ &\iff 35t=-7 \end{aligned}$$

4. (a)

   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} t+3\times 3t+5(3+5t)-8=0 &\iff t+9t+15+25t-8=0 \\ &\iff 35t=-7 \\ &\iff t=-\frac{7}{35} \end{aligned}$$

4. (a)
   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} t + 3 \times 3t + 5(3 + 5t) - 8 = 0 &\iff t + 9t + 15 + 25t - 8 = 0 \\ &\iff 35t = -7 \\ &\iff t = -\frac{7}{35} \\ &\iff t = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

4. (a)
   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} t + 3 \times 3t + 5(3+5t) - 8 = 0 &\iff t + 9t + 15 + 25t - 8 = 0 \\ &\iff 35t = -7 \\ &\iff t = -\frac{7}{35} \\ &\iff t = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t = -\dfrac{1}{5}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$,

4. (a)

   (b) Il s'agit de déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}_1$ et du plan (ABC). On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$ dans l'équation cartésienne du plan (ABC) :

$$\begin{aligned} t + 3 \times 3t + 5(3 + 5t) - 8 = 0 &\iff t + 9t + 15 + 25t - 8 = 0 \\ &\iff 35t = -7 \\ &\iff t = -\frac{7}{35} \\ &\iff t = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

Le point H est donc le point de paramètre $t = -\dfrac{1}{5}$ dans la représentation paramétrique de $\mathscr{D}_1$, soit :

$$\boxed{H\left(-\frac{1}{5}\,;\,-\frac{3}{5}\,;\,2\right)}$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC),

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$DH =$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$DH = \sqrt{\left(-\frac{1}{5} - 0\right)^2 + \left(-\frac{3}{5} - 0\right)^2 + (2-3)^2}$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$DH = \sqrt{\left(-\frac{1}{5} - 0\right)^2 + \left(-\frac{3}{5} - 0\right)^2 + (2-3)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{25} + \frac{9}{25} + 1}$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$\begin{aligned}
DH &= \sqrt{\left(-\frac{1}{5}-0\right)^2+\left(-\frac{3}{5}-0\right)^2+(2-3)^2} \\
&= \sqrt{\frac{1}{25}+\frac{9}{25}+1} \\
&= \sqrt{\frac{35}{25}}
\end{aligned}$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{1}{5}-0\right)^2+\left(-\frac{3}{5}-0\right)^2+(2-3)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{25}+\frac{9}{25}+1} \\ &= \sqrt{\frac{35}{25}} \\ &= \frac{\sqrt{35}}{5} \end{aligned}$$

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$\begin{aligned}
DH &= \sqrt{\left(-\frac{1}{5}-0\right)^2+\left(-\frac{3}{5}-0\right)^2+(2-3)^2} \\
&= \sqrt{\frac{1}{25}+\frac{9}{25}+1} \\
&= \sqrt{\frac{35}{25}} \\
&= \frac{\sqrt{35}}{5}
\end{aligned}$$

La distance du point D au plan (ABC) est donc :

4. (b) Le point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la disLe point H étant le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC), la distance cherchée est la longueur DH.

$$\begin{aligned} DH &= \sqrt{\left(-\frac{1}{5}-0\right)^2+\left(-\frac{3}{5}-0\right)^2+(2-3)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{25}+\frac{9}{25}+1} \\ &= \sqrt{\frac{35}{25}} \\ &= \frac{\sqrt{35}}{5} \end{aligned}$$

La distance du point D au plan (ABC) est donc :

$$\boxed{DH = \frac{\sqrt{35}}{5} \approx 1,18}$$