Amérique du nord - 22 mai 2024

Spécialité mathématiques - Baccalauréat

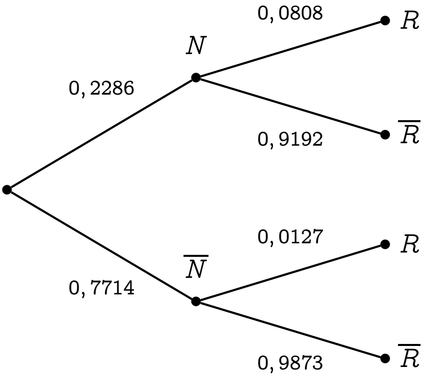
Exercice 1 - Partie A

Exercice 1 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :

Exercice 1 - Partie A

1. On peut représenter la situation par l'arbre suivant :



2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$P(N \cap R) =$$

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$P(N \cap R) = P(N) \times P_N(R)$$

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$\begin{aligned} P(N \cap R) &= P(N) \times P_N(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 \end{aligned}$$

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$\begin{aligned} P(N \cap R) &= P(N) \times P_N(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 \\ &\approx 0,0185 \end{aligned}$$

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$\begin{aligned} P(N \cap R) &= P(N) \times P_N(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 \\ &\approx 0,0185 \end{aligned}$$

La probabilité que le véhicule soit neuf et hybride rechargeable est donc :

2. Il s'agit de calculer $P(N \cap R)$:

$$\begin{aligned} P(N \cap R) &= P(N) \times P_N(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 \\ &\approx 0,0185 \end{aligned}$$

La probabilité que le véhicule soit neuf et hybride rechargeable est donc :

$$\boxed{P(N \cap R) \approx 0,0185}$$

3. Il s'agit de calculer $P(R)$.

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc,

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) =$$

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(N) \times P_N(R) + P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R)$$

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(N) \times P_N(R) + P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(N) \times P_N(R) + P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127 \\ &\approx 0,0283 \end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(N) \times P_N(R) + P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127 \\ &\approx 0,0283 \end{aligned}$$

La probabilité que le véhicule soit hybride rechargeable est donc :

3. Il s'agit de calculer $P(R)$. Les événements N et $\overline{N}$ forment une partition de l'univers donc, d'après la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(R) &= P(N) \times P_N(R) + P(\overline{N}) \times P_{\overline{N}}(R) \\ &= 0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127 \\ &\approx 0,0283 \end{aligned}$$

La probabilité que le véhicule soit hybride rechargeable est donc :

$$\boxed{P(R) \approx 0,0283}$$

4. Il s’agit de calculer $P_R(N)$:

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$P_R(N) =$$

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$P_R(N) = \frac{P(N \cap R)}{P(R)}$$

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$\begin{aligned}
P_R(N) &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} \\
&= \frac{0,2286 \times 0,0808}{0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127}
\end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$\begin{aligned} P_R(N) &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,2286 \times 0,0808}{0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127} \\ &\approx 0,6534 \end{aligned}$$

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$P_R(N) = \frac{P(N \cap R)}{P(R)}$$
$$= \frac{0,2286 \times 0,0808}{0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127}$$
$$\approx 0,6534$$

La probabilité que le véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable est donc :

4. Il s'agit de calculer $P_R(N)$:

$$\begin{aligned} P_R(N) &= \frac{P(N \cap R)}{P(R)} \\ &= \frac{0,2286 \times 0,0808}{0,2286 \times 0,0808 + 0,7714 \times 0,0127} \\ &\approx 0,6534 \end{aligned}$$

La probabilité que le véhicule soit neuf sachant qu'il est hybride rechargeable est donc :

$$\boxed{P_R(N) \approx 0,6534}$$

Partie B

1. On répète 500 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,65$.

Partie B

1. On répète 500 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,65$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

Partie B

1. On répète 500 fois, de façon identique et indépendante, une épreuve de Bernoulli dont la probabilité de succès est égale à $0,65$. La variable aléatoire X est égale au nombre de succès donc :

$$\boxed{X \text{ suit une loi binomiale de paramètres } n = 500 \text{ et } p = 0,65}$$

2. Il s'agit de calculer $P(X = 325)$.

2. Il s'agit de calculer $P(X = 325)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice,

2. Il s'agit de calculer $P(X = 325)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs est :

2. Il s'agit de calculer $P(X = 325)$. On obtient, à l'aide de la calculatrice, que la probabilité qu'exactement 325 de ces véhicules soient neufs est :

$$\boxed{P(X = 325) \approx 0,0374}$$

3. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

3. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(X \geqslant 325) \approx 0,5206}$$

3. On obtient, à l'aide de la calculatrice :

$$\boxed{P(X \geqslant 325) \approx 0,5206}$$

Cela signifie qu'il y a plus d'une chance sur deux qu'au moins 325 véhicules soient neufs.

Partie C

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules.

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$.

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$. L'événement « tous les véhicules sont d'occasion » correspond à l'événement $Y = 0$.

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$. L'événement « tous les véhicules sont d'occasion » correspond à l'événement $Y = 0$. Or :

$$P(Y = 0) =$$

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$. L'événement « tous les véhicules sont d'occasion » correspond à l'événement $Y = 0$. Or :

$$P(Y = 0) = \binom{n}{0} \times 0,65^0 \times (1 - 0,65)^{n-0}$$

Partie C

1. Soit Y la variable aléatoire égale au nombre de véhicule neufs parmi les n véhicules. La variable aléatoire Y suit alors une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,65$. L'événement « tous les véhicules sont d'occasion » correspond à l'événement $Y = 0$. Or :

$$P(Y = 0) = \binom{n}{0} \times 0,65^0 \times (1 - 0,65)^{n-0}$$

Soit :

$$\boxed{p_n = 0,35^n}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion »,

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$,

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$q_n \geqslant 0,9999 \Longleftrightarrow$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$q_n \geqslant 0,9999 \iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \end{aligned}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \end{aligned}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\iff \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \end{aligned}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\Longleftrightarrow 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\Longleftrightarrow -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\Longleftrightarrow 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\Longleftrightarrow \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\Longleftrightarrow n\ln(0,35) \leqslant \ln(0,0001) \end{aligned}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\iff \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n\ln(0,35) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \quad \textit{(car } \ln(0,35) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\iff \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n\ln(0,35) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \quad \textit{(car } \ln(0,35) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \approx 8,77$

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\iff \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n\ln(0,35) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \quad \textit{(car } \ln(0,35) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \approx 8,77$ donc la plus petite valeur de n telle que $q_n \geqslant 0,9999$ est :

2. L'événement « au moins un des véhicule est neuf » est lévénement contraire de l'événement « tous les véhicules sont d'occasion », on a donc $q_n = 1 - p_n$, soit :

$$q_n = 1 - 0,35^n$$

On a alors :

$$\begin{aligned} q_n \geqslant 0,9999 &\iff 1 - 0,35^n \geqslant 0,9999 \\ &\iff -0,35^n \geqslant -0,0001 \\ &\iff 0,35^n \leqslant 0,0001 \\ &\iff \ln\left(0,35^n\right) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n\ln(0,35) \leqslant \ln(0,0001) \\ &\iff n \geqslant \frac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \quad \textit{(car } \ln(0,35) < 0\textit{)} \end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0,0001)}{\ln(0,35)} \approx 8,77$ donc la plus petite valeur de n telle que $q_n \geqslant 0,9999$ est :

$$\boxed{n = 9}$$

Exercice 2

Exercice 2

1. On a :

$$\boxed{F(3\,;\,0\,;\,1)}$$

Exercice 2

1. On a :

$$\boxed{F(3\,;0\,;1)} \qquad \boxed{H(0\,;1\,;1)}$$

Exercice 2

1. On a :

$$\boxed{F(3\,;\,0\,;\,1)} \qquad \boxed{H(0\,;\,1\,;\,1)} \qquad \boxed{M\left(\frac{3}{2}\,;\,1\,;\,0\right)}$$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} =$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1)$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2\times\dfrac{3}{2}+6\times 0+3\times(-1) = 3+0-3$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1) = 3 + 0 - 3 = 0$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1) = 3 + 0 - 3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} =$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2\times\dfrac{3}{2}+6\times 0+3\times(-1) = 3+0-3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} = 2\times 3+6\times(-1)+3\times 0$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1) = 3 + 0 - 3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} = 2 \times 3 + 6 \times (-1) + 3 \times 0 = 6 - 6 + 0$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2\times\dfrac{3}{2} + 6\times 0 + 3\times(-1) = 3+0-3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} = 2\times 3 + 6\times(-1) + 3\times 0 = 6-6+0 = 0$

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1) = 3 + 0 - 3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} = 2 \times 3 + 6 \times (-1) + 3 \times 0 = 6 - 6 + 0 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (HMF),

2. (a) On a $\overrightarrow{HM}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{HF}\begin{pmatrix}3\\-1\\0\end{pmatrix}$ et donc :

- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HM} = 2 \times \dfrac{3}{2} + 6 \times 0 + 3 \times (-1) = 3 + 0 - 3 = 0$
- $\overrightarrow{n}.\overrightarrow{HF} = 2 \times 3 + 6 \times (-1) + 3 \times 0 = 6 - 6 + 0 = 0$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (HMF), on en déduit que :

$$\boxed{\overrightarrow{n} \text{ est un vecteur normal au plan } (HMF)}$$

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;1\,;1)$ appartient au plan (HMF)

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;1\,;1)$ appartient au plan (HMF) donc ses coordonnées vérifient l'équation,

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;1\,;1)$ appartient au plan (HMF) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 0 + 6 \times 1 + 3 \times 1 + d = 0$

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;1\,;1)$ appartient au plan (HMF) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 0 + 6 \times 1 + 3 \times 1 + d = 0$ et donc $d = -9$.

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;1\,;1)$ appartient au plan (HMF) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 0 + 6 \times 1 + 3 \times 1 + d = 0$ et donc $d = -9$. Une équation cartésienne du plan (HMF) est donc :

2. (b) On en déduit que le plan (HMF) admet une équation cartésienne de la forme :

$$2x + 6y + 3z + d = 0 \quad \text{avec } d \in \mathbb{R}$$

De plus, le point $H(0\,;\,1\,;\,1)$ appartient au plan (HMF) donc ses coordonnées vérifient l'équation, soit $2 \times 0 + 6 \times 1 + 3 \times 1 + d = 0$ et donc $d = -9$. Une équation cartésienne du plan (HMF) est donc :

$$\boxed{2x + 6y + 3z - 9 = 0}$$

2. (c) D'après son équation cartésienne,

2. (c) D'après son équation cartésienne, le plan $\mathscr{P}$ admet pour vecteur normal

2. (c) D'après son équation cartésienne, le plan $\mathscr{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}5\\15\\-3\end{pmatrix}$.

2. (c) D'après son équation cartésienne, le plan $\mathscr{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}5\\15\\-3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc :

2. (c) D'après son équation cartésienne, le plan $\mathscr{P}$ admet pour vecteur normal le vecteur $\overrightarrow{n'}\begin{pmatrix}5\\15\\-3\end{pmatrix}$. Les vecteurs $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n'}$ ne sont pas colinéaires donc :

$$\boxed{\text{Les plans } \mathscr{P} \text{ et } (HMF) \text{ ne sont pas parallèles}}$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \qquad\qquad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \qquad\qquad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 \Longleftrightarrow$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 \Longleftrightarrow 6t + 6 + 3t - 9 = 0$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$\begin{aligned} 2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 &\iff 6t + 6 + 3t - 9 = 0 \\ &\iff 9t = 3 \end{aligned}$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$\begin{aligned} 2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 &\iff 6t + 6 + 3t - 9 = 0 \\ &\iff 9t = 3 \\ &\iff t = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$\begin{aligned} 2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 &\iff 6t + 6 + 3t - 9 = 0 \\ &\iff 9t = 3 \\ &\iff t = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Le point N est donc le point de paramètre $t = \dfrac{1}{3}$ dans la représentation paramétrique de la droite (DG),

3. La droite (DG) admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 \qquad\qquad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

On injecte les expressions de la représentation paramétrique dans l'équation cartésienne du plan (HMF) :

$$\begin{aligned} 2 \times 3t + 6 \times 1 + 3 \times t - 9 = 0 &\iff 6t + 6 + 3t - 9 = 0 \\ &\iff 9t = 3 \\ &\iff t = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Le point N est donc le point de paramètre $t = \dfrac{1}{3}$ dans la représentation paramétrique de la droite (DG), soit :

$$\boxed{N\left(1\,;1\,;\frac{1}{3}\right)}$$

4. On a $\overrightarrow{RG}\begin{pmatrix}0\\3/4\\1/2\end{pmatrix}$

4. On a $\overrightarrow{RG}\begin{pmatrix}0\\3/4\\1/2\end{pmatrix}$ donc le vecteur $\overrightarrow{RG}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$.

4. On a $\overrightarrow{RG}\begin{pmatrix}0\\3/4\\1/2\end{pmatrix}$ donc le vecteur $\overrightarrow{RG}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$. On en déduit que $\overrightarrow{RG}$ n'est pas orthogonal au plan (HMF)

4. On a $\overrightarrow{RG}\begin{pmatrix}0\\3/4\\1/2\end{pmatrix}$ donc le vecteur $\overrightarrow{RG}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$. On en déduit que $\overrightarrow{RG}$ n'est pas orthogonal au plan (HMF) et donc que :

4. On a $\overrightarrow{RG}\begin{pmatrix}0\\3/4\\1/2\end{pmatrix}$ donc le vecteur $\overrightarrow{RG}$ n'est pas colinéaire au vecteur $\overrightarrow{n}$. On en déduit que $\overrightarrow{RG}$ n'est pas orthogonal au plan (HMF) et donc que :

$$\boxed{R \text{ n'est pas le projeté orthogonal de } G \text{ sur le plan } (HMF)}$$

Exercice 3

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) =$$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x$$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$ donc :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [0\,;\,1]}$$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$ donc :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [0\,;\,1]}$$

Et on a :

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1-x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$ donc :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [0\,;\,1]}$$

Et on a :

$$g(0) =$$

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$ donc :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [0\,;\,1]}$$

Et on a :

$$\boxed{g(0) = 0}$$

Exercice 3

1. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,1]$ et pour tout $x \in [0\,;\,1]$:

$$g'(x) = 2 - 2x = 2(1 - x)$$

Pour tout $x \in [0\,;\,1[$, on a $g'(x) > 0$ donc :

$$\boxed{g \text{ est strictement croissante sur } [0\,;\,1]}$$

Et on a :

$$\boxed{g(0) = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{g(1) = 1}$$

2. On a :

- $u_1 =$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right)$

2. On a :

- $u_1 = g(u_0) = g\left(\frac{1}{2}\right)$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4}$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 =$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right)$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right) = g\left(\dfrac{3}{4}\right)$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right) = g\left(\dfrac{3}{4}\right) = 2 \times \dfrac{3}{4} - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2$

2. On a :

- $u_1 = g(u_0) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g(u_1) = g\left(\dfrac{3}{4}\right) = 2 \times \dfrac{3}{4} - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{16}$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right) = g\left(\dfrac{3}{4}\right) = 2 \times \dfrac{3}{4} - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{16} = \dfrac{15}{16}$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right) = g\left(\dfrac{3}{4}\right) = 2 \times \dfrac{3}{4} - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{16} = \dfrac{15}{16}$

Soit :

$$\boxed{u_1 = \frac{3}{4}}$$

2. On a :

- $u_1 = g\left(u_0\right) = g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2 \times \dfrac{1}{2} - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$
- $u_2 = g\left(u_1\right) = g\left(\dfrac{3}{4}\right) = 2 \times \dfrac{3}{4} - \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3}{2} - \dfrac{9}{16} = \dfrac{15}{16}$

Soit :

$$\boxed{u_1 = \frac{3}{4}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_2 = \frac{15}{16}}$$

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$,

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$.

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

$$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

$$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

$$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$,

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

$$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

   - **Initialisation :**
     Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

     $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

     La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
   - **Hérédité :**
     Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :
  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$
  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:
  $$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$
  Soit :
  $$0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$$

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

$$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.

- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

$$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$

  Soit :

$$0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$$

La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :

  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:

  $$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$

  Soit :

  $$0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$$

  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :
  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$
  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:
  $$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$
  Soit :
  $$0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$$
  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.
- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire,

3. Montrons par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.

- **Initialisation :**
  Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 0,75$. On a donc bien :
  $$0 < 0,5 < 0,75 < 1$$
  La propriété est donc vraie au rang $n = 0$.
- **Hérédité :**
  Supposons la propriété vraie pour un certain rang $n \in \mathbb{N}$, c'est-à-dire $0 < u_n < u_{n+1} < 1$. On a alors, en appliquant la fonction g qui est strictement croissante sur $[0\,;\,1]$:
  $$g(0) < g(u_n) < g(u_{n+1}) < g(1)$$
  Soit :
  $$0 < u_{n+1} < u_{n+2} < 1$$
  La propriété est donc vraie au rang $n + 1$.

- **Conclusion :**
  La propriété est vraie pour $n = 0$ et elle est héréditaire, elle est donc vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

4. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

4. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :

- croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

4. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
    - croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
    - majorée par 1 (car $u_n < 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

4. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
    - croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
    - majorée par 1 (car $u_n < 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

    On en déduit que :

4. D'après la question précédente, la suite (u_n) est :
   - croissante (car $u_n < u_{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)
   - majorée par 1 (car $u_n < 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$)

   On en déduit que :

$$\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est convergente}}$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$,

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g,

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.
Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$g(x) = x \iff$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$g(x) = x \Longleftrightarrow 2x - x^2 = x$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \end{aligned}$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1 - x) = 0 \end{aligned}$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1 - x) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.
Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1 - x) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

Or $u_0 = \dfrac{1}{2}$

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.
Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1-x) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

Or $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et la suite (u_n) est croissante,

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.
Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1-x) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

Or $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et la suite (u_n) est croissante, elle ne peut donc pas converger vers 0.

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$. Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\Longleftrightarrow 2x - x^2 = x \\ &\Longleftrightarrow x - x^2 = 0 \\ &\Longleftrightarrow x(1 - x) = 0 \\ &\Longleftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

Or $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et la suite (u_n) est croissante, elle ne peut donc pas converger vers 0. On en déduit que :

5. La fonction g étant continue sur $[0\,;\,1]$, on sait que la limite l est un point fixe de g, c'est-à-dire une solution de l'équation $g(x) = x$.
Résolvons cette équation, soit $x \in [0\,;\,1]$:

$$\begin{aligned} g(x) = x &\iff 2x - x^2 = x \\ &\iff x - x^2 = 0 \\ &\iff x(1 - x) = 0 \\ &\iff x = 0 \quad \text{ou} \quad x = 1 \end{aligned}$$

Or $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et la suite (u_n) est croissante, elle ne peut donc pas converger vers 0. On en déduit que :

$$\boxed{l = 1}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} =$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$v_{n+1} = \ln(1 - u_{n+1})$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned}
v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\
&= \ln(1 - g(u_n)) \\
&= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\
&= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\
&= 2\ln(1 - u_n) \\
&= 2v_n
\end{aligned}$$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 =$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 = \ln\left(1 - \dfrac{1}{2}\right)$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 = \ln\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 = \ln\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 = \ln\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$, on en déduit que :

6. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \ln(1 - u_{n+1}) \\ &= \ln(1 - g(u_n)) \\ &= \ln(1 - 2u_n + u_n^2) \\ &= \ln\left((1 - u_n)^2\right) \\ &= 2\ln(1 - u_n) \\ &= 2v_n \end{aligned}$$

Et comme $v_0 = \ln\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \ln\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\ln(2)$, on en déduit que :

$\boxed{\text{La suite } (v_n) \text{ est géométrique de raison 2 et de } 1^{\text{er}} \text{ terme } v_0 = -\ln(2)}$

7. On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

7. On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 \times 2^n$

7. On en déduit que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 \times 2^n$, soit :

$$\boxed{v_n = -\ln(2) \times 2^n}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - \mathrm{e}^{v_n}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - \mathrm{e}^{v_n}$$

Soit :

$$\boxed{u_n = 1 - \mathrm{e}^{-\ln(2) \times 2^n}}$$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - \mathrm{e}^{v_n}$$

Soit :

$$\boxed{u_n = 1 - \mathrm{e}^{-\ln(2) \times 2^n}}$$

Et comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(-\ln(2) \times 2^n\right) = -\infty$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - \mathrm{e}^{v_n}$$

Soit :

$$\boxed{u_n = 1 - \mathrm{e}^{-\ln(2) \times 2^n}}$$

Et comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(-\ln(2) \times 2^n\right) = -\infty$ donc par composition,

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$\mathrm{e}^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - \mathrm{e}^{v_n}$$

Soit :

$$\boxed{u_n = 1 - \mathrm{e}^{-\ln(2)\times 2^n}}$$

Et comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(-\ln(2) \times 2^n\right) = -\infty$ donc par composition, $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\mathrm{e}^{-\ln(2)\times 2^n}\right) = 0$

8. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $v_n = \ln(1 - u_n)$ donc, en appliquant la fonction exponentielle :

$$e^{v_n} = 1 - u_n$$

Et donc :

$$u_n = 1 - e^{v_n}$$

Soit :

$$\boxed{u_n = 1 - e^{-\ln(2) \times 2^n}}$$

Et comme $\lim\limits_{n \to +\infty} (-\ln(2) \times 2^n) = -\infty$ donc par composition, $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(e^{-\ln(2) \times 2^n}\right) = 0$ d'où :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = 1}$$

9. On peut compléter le script de la façon suivante :

9. On peut compléter le script de la façon suivante :

```
def seuil() :
    n = 0
    u = 0.5
    while u < 0.95 :
        n = n+1
        u = 2*u - u**2
    return n
```

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = 0 \iff$$

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$f(x) = 0 \Longleftrightarrow a\ln(x) = 0$$

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in \left]0\,;+\infty\right[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff a\ln(x) = 0 \\ &\iff \ln(x) = 0 \quad (\text{car } a \neq 0) \end{aligned}$$

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff a\ln(x) = 0 \\ &\iff \ln(x) = 0 \quad (\text{car } a \neq 0) \\ &\iff x = 1 \end{aligned}$$

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff a\ln(x) = 0 \\ &\iff \ln(x) = 0 \quad (\text{car } a \neq 0) \\ &\iff x = 1 \end{aligned}$$

   L'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses est donc :

Exercice 4

1. Il s'agit de résoudre l'équation $f(x) = 0$. Soit $x \in]0\,;+\infty[$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\iff a\ln(x) = 0 \\ &\iff \ln(x) = 0 \quad (\text{car } a \neq 0) \\ &\iff x = 1 \end{aligned}$$

   L'abscisse du point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses est donc :

$$\boxed{x = 1}$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$:

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$F'(x) =$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in \,]0\,;+\infty[$:

$$F'(x) = a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right)$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in\ ]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) \\ &= a\left(\ln(x) + 1 - 1\right) \end{aligned}$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) \\ &= a\left(\ln(x) + 1 - 1\right) \\ &= a\ln(x) \end{aligned}$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) \\ &= a\left(\ln(x) + 1 - 1\right) \\ &= a\ln(x) \\ &= f(x) \end{aligned}$$

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned}
F'(x) &= a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) \\
&= a\left(\ln(x) + 1 - 1\right) \\
&= a\ln(x) \\
&= f(x)
\end{aligned}$$

On en déduit que :

2. La fonction F est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et pour tout $x \in]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} F'(x) &= a\left(1 \times \ln(x) + x \times \frac{1}{x} - 1\right) \\ &= a\,(\ln(x) + 1 - 1) \\ &= a \ln(x) \\ &= f(x) \end{aligned}$$

On en déduit que :

$$\boxed{F \text{ est une primitive de } f \text{ sur }]0\,;+\infty[}$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x =$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \Big[a(x\ln(x)-x)\Big]_1^{x_0}\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[a(x\ln(x)-x)\Big]_1^{x_0} \\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)-a(1\times\ln(1)-1)\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[a(x\ln(x) - x)\Big]_1^{x_0} \\ &= a(x_0\ln(x_0) - x_0) - a(1\times\ln(1) - 1) \\ &= a(x_0\ln(x_0) - x_0) + a\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \Big[a(x\ln(x)-x)\Big]_1^{x_0}\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)-a(1\times\ln(1)-1)\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)+a\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0+1)\end{aligned}$$

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \Big[a(x\ln(x)-x)\Big]_1^{x_0}\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)-a(1\times\ln(1)-1)\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)+a\\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0+1)\end{aligned}$$

L'aire du domaine grisé est donc :

3. Il s'agit de calculer l'intégrale entre 1 et x_0 de la fonction f :

$$\begin{aligned}\int_1^{x_0} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_1^{x_0} a\ln(x)\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[a(x\ln(x)-x)\Big]_1^{x_0} \\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0) - a(1\times\ln(1)-1) \\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0)+a \\ &= a(x_0\ln(x_0)-x_0+1)\end{aligned}$$

L'aire du domaine grisé est donc :

$$\boxed{\mathscr{A} = a(x_0\ln(x_0)-x_0+1)}$$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T.

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) =$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{a}{x}$.

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{a}{x}$.
   - $f(x_0) =$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x)=\dfrac{a}{x}$.
    - $f(x_0)=a\ln(x_0)$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{a}{x}$.

- $f(x_0) = a\ln(x_0)$
- $f'(x_0) =$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x)=\dfrac{a}{x}$.

- $f(x_0)=a\ln(x_0)$
- $f'(x_0)=\dfrac{a}{x_0}$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{a}{x}$.

- $f(x_0) = a\ln(x_0)$
- $f'(x_0) = \dfrac{a}{x_0}$

La tangente T admet donc pour équation :

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{a}{x}$.
   - $f(x_0) = a\ln(x_0)$
   - $f'(x_0) = \dfrac{a}{x_0}$

   La tangente T admet donc pour équation :

$$y = \frac{a}{x_0}(x - x_0) + a\ln(x_0)$$

4. Déterminons l'équation réduite de la tangente T. La fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et $f'(x)=\dfrac{a}{x}$.

- $f(x_0)=a\ln(x_0)$
- $f'(x_0)=\dfrac{a}{x_0}$

La tangente T admet donc pour équation :

$$y=\frac{a}{x_0}(x-x_0)+a\ln(x_0)$$

Soit :

$$y=\frac{a}{x_0}x-a+a\ln(x_0)$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A.

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$AB =$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$AB = y_B - y_A$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$\begin{aligned} AB &= y_B - y_A \\ &= a\ln(x_0) - (-a + a\ln(x_0)) \end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$\begin{aligned}
AB &= y_B - y_A \\
&= a\ln(x_0) - (-a + a\ln(x_0)) \\
&= a\ln(x_0) + a - a\ln(x_0)
\end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$\begin{aligned} AB &= y_B - y_A \\ &= a\ln(x_0) - (-a + a\ln(x_0)) \\ &= a\ln(x_0) + a - a\ln(x_0) \\ &= a \end{aligned}$$

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$\begin{aligned} AB &= y_B - y_A \\ &= a\ln(x_0) - (-a + a\ln(x_0)) \\ &= a\ln(x_0) + a - a\ln(x_0) \\ &= a \end{aligned}$$

La longueur AB est donc égale à une constante.

L'ordonnée à l'origine est donc $-a + a\ln(x_0)$, il s'agit de l'ordonnée du point A. Et comme l'ordonnée du point B est $a\ln(x_0)$, on a :

$$\begin{aligned} AB &= y_B - y_A \\ &= a\ln(x_0) - (-a + a\ln(x_0)) \\ &= a\ln(x_0) + a - a\ln(x_0) \\ &= a \end{aligned}$$

La longueur AB est donc égale à une constante. Plus précisément :

$$\boxed{AB = a}$$