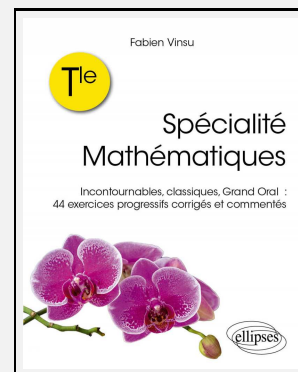


Exercice 8.2 - La coupe du monde de football



1. Dans le tableau final de la coupe du monde de foot, il y a 16 équipes. On suppose que les 16 équipes sont classées à la fin de la compétition.
 - (a) Combien y a-t-il de classements possibles pour ces 16 équipes.
 - (b) Combien y a-t-il de podiums différents possibles.
2. Le sélectionneur de l'équipe de France de football doit choisir les 11 joueurs qui débiteront un match. Il a 25 joueurs à sa disposition.
 - (a) Sans tenir compte du poste de chaque joueur, combien d'équipes différentes peut-il former ?
 - (b) Parmi les 25 joueurs, il y a 3 gardiens, 9 défenseurs, 6 milieux de terrain et 7 attaquants. Sachant que l'équipe sera composée d'un gardien, de 4 défenseurs, de 3 milieux de terrain et de 3 attaquants, combien d'équipes le sélectionneur peut-il former ?
 - (c) Le match se termine par une séance de tirs aux but. Le sélectionneur doit choisir les 5 joueurs qui tireront parmi les 11 joueurs qui sont sur le terrain, en choisissant l'ordre de passage de ces 5 joueurs. Combien de possibilités y a-t-il ?
3. L'équipe de France participe à la finale. Parmi les 25 joueurs, le sélectionneur doit choisir les 11 joueurs qui débiteront le match et il doit choisir le capitaine parmi ces 11 joueurs. On s'intéresse au nombre d'équipes possibles en tenant compte du choix du capitaine.
 - (a) Expliquer pourquoi le nombre d'équipes différentes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est égal à $11 \times \binom{25}{11}$.
 - (b) Expliquer pourquoi le nombre d'équipes différentes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est aussi égal à $25 \times \binom{24}{10}$.
 - (c) En déduire l'égalité :
4. Soit n un entier naturel non nul et k un entier naturel compris entre 0 et n . En généralisant le raisonnement précédent, démontrer l'égalité :

$$11 \times \binom{25}{11} = 25 \times \binom{24}{10}$$

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$$

