Exercice 8.2
La coupe du monde de football

Fabien Vinsu

T^le

Spécialité Mathématiques

Incontournables, classiques, Grand Oral :
44 exercices progressifs corrigés et commentés

ellipses

1. (a) On se trouve dans une situation où :

1. (a) On se trouve dans une situation où :
    - On tient compte de l'ordre.

1. (a) On se trouve dans une situation où :
    - On tient compte de l'ordre.
    - Il ne peut pas y avoir de répétition.

1. (a) On se trouve dans une situation où :
    - On tient compte de l'ordre.
    - Il ne peut pas y avoir de répétition.
    - On choisit toutes les équipes.

1. (a) On se trouve dans une situation où :
   - On tient compte de l'ordre.
   - Il ne peut pas y avoir de répétition.
   - On choisit toutes les équipes.

   Il s'agit donc du nombre de permutations permutation dans un ensemble à 16 éléments.

1. (a) On se trouve dans une situation où :

   - On tient compte de l'ordre.
   - Il ne peut pas y avoir de répétition.
   - On choisit toutes les équipes.

   Il s'agit donc du nombre de permutations permutation dans un ensemble à 16 éléments. Le nombre de classements possibles est donc :

1. (a) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.
- On choisit toutes les équipes.

Il s'agit donc du nombre de permutations permutation dans un ensemble à 16 éléments. Le nombre de classements possibles est donc :

$$16! =$$

1. (a) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.
- On choisit toutes les équipes.

Il s'agit donc du nombre de permutations permutation dans un ensemble à 16 éléments. Le nombre de classements possibles est donc :

$$\boxed{16! = 20\,922\,789\,888\,000}$$

1. (b) On se trouve dans une situation où :

1. (b) On se trouve dans une situation où :
    - On tient compte de l'ordre.

1. (b) On se trouve dans une situation où :
   - On tient compte de l'ordre.
   - Il ne peut pas y avoir de répétition.

1. (b) On se trouve dans une situation où :

   - On tient compte de l'ordre.
   - Il ne peut pas y avoir de répétition.

   Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments,

1. (b) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments, soit :

$$\frac{16!}{(16-3)!} =$$

1. (b) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments, soit :

$$\frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!}$$

1. (b) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments, soit :

$$\frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = 16 \times 15 \times 14 = 3\,360$$

1. (b) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments, soit :

$$\frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = 16 \times 15 \times 14 = 3\,360$$

Le nombre de podiums possibles est donc :

1. (b) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de triplets d'éléments distincts dans un ensemble à 16 éléments, soit :

$$\frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16!}{13!} = 16 \times 15 \times 14 = 3\,360$$

Le nombre de podiums possibles est donc :

$$\boxed{\frac{16!}{(16-3)!} = 3\,360}$$

2. (a) On se trouve dans une situation où :

2. (a) On se trouve dans une situation où :
   - On ne tient pas compte de l'ordre.

2. (a) On se trouve dans une situation où :

- On ne tient pas compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

2. (a) On se trouve dans une situation où :

- On ne tient pas compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de combinaisons de 11 éléments parmi 25.

2. (a) On se trouve dans une situation où :

- On ne tient pas compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de combinaisons de 11 éléments parmi 25. Le nombre d'équipes différentes qu'il peut former (sans tenir compte du poste de chaque joueur) est donc :

2. (a) On se trouve dans une situation où :

- On ne tient pas compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de combinaisons de 11 éléments parmi 25. Le nombre d'équipes différentes qu'il peut former (sans tenir compte du poste de chaque joueur) est donc :

$$\binom{25}{11} =$$

2. (a) On se trouve dans une situation où :

   - On ne tient pas compte de l'ordre.
   - Il ne peut pas y avoir de répétition.

   Il s'agit donc du nombre de combinaisons de 11 éléments parmi 25.
   Le nombre d'équipes différentes qu'il peut former (sans tenir compte du poste de chaque joueur) est donc :

$$\boxed{\binom{25}{11} = 4\,457\,400}$$

2. (b) Le nombre de possibilités est :

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.
- $\binom{7}{3}$ pour le choix des attaquants.

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.
- $\binom{7}{3}$ pour le choix des attaquants.

On a alors :

$$\binom{3}{1} \times \binom{9}{4} \times \binom{6}{3} \times \binom{7}{3} = 3 \times 126 \times 20 \times 35 =$$

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.
- $\binom{7}{3}$ pour le choix des attaquants.

On a alors :

$$\binom{3}{1} \times \binom{9}{4} \times \binom{6}{3} \times \binom{7}{3} = 3 \times 126 \times 20 \times 35 = 264\,600$$

ellipses

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.
- $\binom{7}{3}$ pour le choix des attaquants.

On a alors :

$$\binom{3}{1} \times \binom{9}{4} \times \binom{6}{3} \times \binom{7}{3} = 3 \times 126 \times 20 \times 35 = 264\,600$$

Le nombre d'équipes différentes que le sélectionneur peut former est donc :

2. (b) Le nombre de possibilités est :

- $\binom{3}{1}$ pour le choix du gardien.
- $\binom{9}{4}$ pour le choix des défenseurs.
- $\binom{6}{3}$ pour le choix des milieux de terrain.
- $\binom{7}{3}$ pour le choix des attaquants.

On a alors :

$$\binom{3}{1} \times \binom{9}{4} \times \binom{6}{3} \times \binom{7}{3} = 3 \times 126 \times 20 \times 35 = 264\,600$$

Le nombre d'équipes différentes que le sélectionneur peut former est donc :

$$\boxed{264\,600}$$

2. (c) On se trouve dans une situation où :

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

$$\frac{11!}{(11-5)!} =$$

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

$$\frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7$$

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

$$\frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 55\,440$$

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

$$\frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 55\,440$$

Le nombre de possibilités est donc :

2. (c) On se trouve dans une situation où :

- On tient compte de l'ordre.
- Il ne peut pas y avoir de répétition.

Il s'agit donc du nombre de 5-uplets d'éléments distincts dans un ensemble à 11 éléments.

$$\frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 55\,440$$

Le nombre de possibilités est donc :

$$\boxed{\frac{11!}{(11-5)!} = 55\,440}$$

3. (a) On commence par choisir les 11 joueurs parmi les 25,

3. (a) On commence par choisir les 11 joueurs parmi les 25, le nombre de possibilités est alors $\binom{25}{11}$.

3. (a) On commence par choisir les 11 joueurs parmi les 25, le nombre de possibilités est alors $\binom{25}{11}$. Et une fois les 11 joueurs choisis, il y a 11 possibilités pour le choix du capitaine.

3. (a) On commence par choisir les 11 joueurs parmi les 25, le nombre de possibilités est alors $\binom{25}{11}$. Et une fois les 11 joueurs choisis, il y a 11 possibilités pour le choix du capitaine. Le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est donc :

3. (a) On commence par choisir les 11 joueurs parmi les 25, le nombre de possibilités est alors $\binom{25}{11}$. Et une fois les 11 joueurs choisis, il y a 11 possibilités pour le choix du capitaine. Le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est donc :

$$\boxed{11 \times \binom{25}{11}}$$

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs,

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs, il y a donc 25 possibilités.

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs, il y a donc 25 possibilités. Et une fois le capitaine choisi, le nombre de possibilités pour le choix des 10 autres joueurs parmi les 24 joueurs restants

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs, il y a donc 25 possibilités. Et une fois le capitaine choisi, le nombre de possibilités pour le choix des 10 autres joueurs parmi les 24 joueurs restants est $\binom{24}{10}$.

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs, il y a donc 25 possibilités. Et une fois le capitaine choisi, le nombre de possibilités pour le choix des 10 autres joueurs parmi les 24 joueurs restants est $\binom{24}{10}$. Le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est donc :

3. (b) On commence par choisir le capitaine parmi les 25 joueurs, il y a donc 25 possibilités. Et une fois le capitaine choisi, le nombre de possibilités pour le choix des 10 autres joueurs parmi les 24 joueurs restants est $\binom{24}{10}$. Le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine, est donc :

$$\boxed{25 \times \binom{24}{10}}$$

3. (c) On a dénombré, de deux façons différentes,

3. (c) On a dénombré, de deux façons différentes, le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine.

3. (c) On a dénombré, de deux façons différentes, le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine. On en déduit l'égalité :

3. (c) On a dénombré, de deux façons différentes, le nombre d'équipes possibles, en tenant compte du choix du capitaine. On en déduit l'égalité :

$$\boxed{11 \times \binom{25}{11} = 25 \times \binom{24}{10}}$$

4. On considère un groupe de n personnes.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :
   - On choisit d'abord les k personnes,

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :
   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes,

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :
   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :
   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
   - On choisit d'abord le chef parmi les n personnes,

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

- On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
- On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

- On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
- On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef. Puis on choisit $k-1$ personnes parmi les $n-1$ personnes restantes,

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :
   - On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
   - On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef. Puis on choisit $k-1$ personnes parmi les $n-1$ personnes restantes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n-1}{k-1}$.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

- On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
- On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef. Puis on choisit $k-1$ personnes parmi les $n-1$ personnes restantes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n-1}{k-1}$. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $n\binom{n-1}{k-1}$.

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

- On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
- On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef. Puis on choisit $k-1$ personnes parmi les $n-1$ personnes restantes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n-1}{k-1}$. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $n\binom{n-1}{k-1}$.

En dénombrant, de deux façons différentes, une même situation, on a montré l'égalité :

4. On considère un groupe de n personnes. On s'intéresse au nombre de possibilités de choisir k personnes dont un chef. On peut dénombrer de deux façons différentes :

- On choisit d'abord les k personnes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n}{k}$. Puis on choisit le chef parmi les k personnes, il y a alors k possibilités pour le choix du chef. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $k\binom{n}{k}$.
- On choisit d'abord le chef parmi les n personnes, il y a donc n possibilités pour le choix du chef. Puis on choisit $k-1$ personnes parmi les $n-1$ personnes restantes, le nombre de possibilités est alors $\binom{n-1}{k-1}$. Le nombre de possibilités, en tenant compte du choix du chef, est donc $n\binom{n-1}{k-1}$.

En dénombrant, de deux façons différentes, une même situation, on a montré l'égalité :

$$\boxed{k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}}$$