

Exercice 8.1 - Le 100 mètres olympique

- En finale du 100 mètres aux jeux olympiques, il y a 8 coureurs. On considère qu'il ne peut pas y avoir d'ex aequo.
 - Combien y a-t-il de classements possibles à l'arrivée ?
 - Combien y a-t-il de podiums différents possibles ?
 - Combien y a-t-il de possibilités pour le groupe formé par les 3 athlètes médaillés ?
- On choisit certains coureurs (entre 0 et 8) afin d'effectuer un contrôle antidopage.
 - Supposons que 4 coureurs soient choisis pour effectuer ce contrôle. Combien y a-t-il de possibilités pour le choix de ces 4 coureurs ?
 - Soit k un entier compris entre 0 et 8. Déterminer, pour chaque valeur de k , le nombre de possibilités de choisir k coureurs parmi les 8.
 - Vérifier que le nombre total de choix possibles des coureurs participant au contrôle antidopage est égal à 2^8 .
 - Expliquer ce résultat.
- Soit n un entier naturel non nul. En généralisant le raisonnement précédent à un groupe de n personnes, démontrer la formule :

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$$

